Taller de pensamiento variacional 2

DGB

Tlahuizcalpantecuhtli Ruiz Villalobos

NEM MCCEMS
DGB
"Proyecta tu futuro"
PLANEA Editorial

Taller de pensamiento variacional 2

Primera Edición 2026

ISBN: *en trámite.*

Impreso en México

Contacto: 771-655-6186

Correo electrónico:
informes@editorialplanea.com.mx

Editor en jefe: Cosme Lorenzo Rodríguez

Autor: Tlahuizcalpantecuhtli Ruiz Villalobos

Correctora: Angélica Maria Alvarado Carreón

Diseño: Nasbbi Irazú Portes Loeza

Imágenes: Adobe Stock

Aviso de exención de responsabilidad:

Los enlaces incluidos en este libro no son propiedad de Editorial Planea, por lo que no se tiene control sobre la información proporcionada por los sitios web en un momento determinado, ni se puede garantizar la exactitud de la información proporcionada por terceros (enlaces externos). Aunque la información se recopila con cuidado y se actualiza de manera constante, no se asume responsabilidad alguna por su exactitud, integridad o actualidad.

Los artículos atribuidos a los autores reflejan sus opiniones y, a menos que se indique de forma específica, no representan las opiniones del editor. Además, la reproducción de este libro o cualquier material de los sitios web incluidos en él no está autorizada, ya que dicho material puede estar sujeto a derechos de propiedad intelectual.

Los derechos pertenecen a sus respectivos propietarios, y Editorial Planea no se hace responsable de la información mostrada en los enlaces proporcionados.

NEM MCCEMS

PLANEA Editorial

Presentación

En la Editorial Planea estamos comprometidos por ofrecer materiales didácticos de alta calidad, apegados al Nuevo Modelo Educativo de la Educación Media Superior, basado en la premisa de desarrollar en ti joven estudiante un aprendizaje situado en tu entorno, que te ayude en tu día a día, adaptándote a los cambios y brindarte un constante aprendizaje inclusivo, pluricultural, colaborativo y equitativo, basado en los principios de la Nueva Escuela Mexicana.

Este libro se encuentra apegado al 100 % al programa de estudio basado en progresiones de aprendizaje del NME de la EMS, abordando las categorías y subcategorías para lograr los aprendizajes meta que propone el programa de estudio para el Bachillerato General para la UAC de Taller de Pensamiento Variacional II.

Estas progresiones, se encuentran organizadas en dos unidades de aprendizaje, la primera aborda los “Los fundamentos del cálculo diferencial e integral”, donde se analiza el comportamiento de la diferencial y su aplicación, los métodos de aproximación de áreas, la relación entre derivación e integración y la integral definida y su interpretación; la segunda unidad denominada “Integral definida: longitudes, áreas y volúmenes” se abordan las aplicaciones de la integral definida en longitudes de arco, el cálculo de áreas entre curvas y los volúmenes de sólidos de revolución.

Este libro, diseñado para ti, trata ayudarte a observar, analizar, modelar, resolver e interpretar problemas de situaciones de la vida real relacionadas con la idea de acumulación de áreas infinitesimales mediante acercamientos numéricos y analíticos, acompañado del uso de Teoremas propios del cálculo integral y utilizando los recursos tecnológicos al alcance en su comunidad para generar una cosmovisión distinta del Cálculo en la solución de problemas propios de las ciencias.

La Nueva Escuela Mexicana NEM

La Nueva Escuela Mexicana (NEM) parte de un diagnóstico donde la educación se entendía como tres ciclos sin conexión, la educación básica (preescolar, primaria y secundaria), la educación media superior y la educación superior, con base en este diagnóstico se construye una propuesta donde la educación debe ser entendida para toda la vida, bajo el concepto de aprender a aprender, la actualización continua, adaptación a los cambios y el aprendizaje permanente.

La NEM propone un plan de 23 años en los diferentes niveles educativos, los cuales estén interconectados entre sí, donde se potencialice la formación integral de las niñas, niños, adolescentes y jóvenes con el objetivo de promover el aprendizaje de excelencia, inclusivo, pluricultural, colaborativo y equitativo a lo largo de su formación.

Para alcanzar el bienestar y la prosperidad incluyente, la NEM se fundamenta en los siguientes principios:

Fomento de la identidad con México. El amor a la patria, el aprecio por su cultura, el conocimiento de su historia y el compromiso de los valores plasmados en la Constitución Política, son las acciones que forman este principio.

Responsabilidad ciudadana. El principio implica la aceptación de derechos y deberes personales y comunes, el respeto por los valores cívicos por parte de los estudiantes formados en la NEM es esencial para transmitir los valores de honestidad, respeto, justicia, solidaridad, reciprocidad, lealtad, libertad, equidad y gratitud.

Honestidad. Se destaca este valor dentro de la responsabilidad social de los estudiantes, el cual permite formar una sociedad con base en la confianza y el sustento de la verdad de todas las acciones para permitir una sana relación entre los ciudadanos.

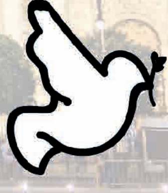
Respeto de la dignidad humana. Promover el respeto irrestricto a la dignidad y los derechos humanos de las personas, con base en la convicción de la igualdad de todos los individuos en derechos, trato y oportunidades.

Respeto por la naturaleza y cuidado del medio ambiente. La conciencia ambiental favorece la protección y conservación del medio ambiente, la prevención de la contaminación y cambio climático comienza con la educación del desarrollo sostenible.

Promoción de la interculturalidad. El aprecio y la comprensión por la diversidad cultural y lingüística, así como, el diálogo y el intercambio cultural es una fuerza motriz para tener una vida intelectual, afectiva, moral y espiritual.

Participación en la transformación de la sociedad. La superación de cada persona por iniciativa propia es la base de este principio, el sentido social de la educación permite construir relaciones cercanas, solidarias y fraternas que superan las indiferencias y la apatía por transformar la sociedad.

Promoción de la cultura de la paz. El objetivo de la agenda 2030 que promueve "Paz, justicia e instituciones sólidas", tiene como fundamento promover sociedades pacíficas, inclusivas, que faciliten el desarrollo sostenible, el acceso a la justicia para todos y la construcción a todos los niveles de instituciones eficaces e inclusivas que rindan cuentas.



Conoce tu libro

Dentro del libro se encuentra desarrollado el Nuevo Modelo Educativo de la Educación Media Superior, el cual se basa en un programa de estudio por progresiones de aprendizaje, las cuales se desarrollan en tres momentos que son:

Apertura. En este primer momento se busca despertar el interés y la motivación del estudiante por el tema que se va a abordar.

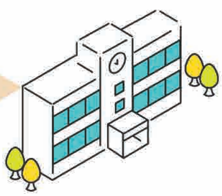
Desarrollo. Se presenta el contenido y se realiza una explicación clara y detallada de los conceptos clave.

Cierre. En este último momento se busca consolidar los aprendizajes y hacer una evaluación del proceso.

También se encuentran las secciones:

Evaluación diagnóstica. Se encuentra al inicio de cada unidad de aprendizaje, ayuda a identificar las fortalezas y debilidades con los temas que se van a abordar.

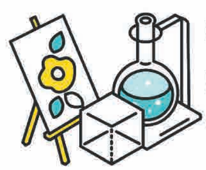
Aprendizaje situado en contextos:



Escuela

Aula

Comunidad



Prácticas transversales.

Donde se enlazan los aprendizajes de los recursos sociocognitivos con las disciplinas de las áreas de conocimiento.

Prácticas socioemocionales.

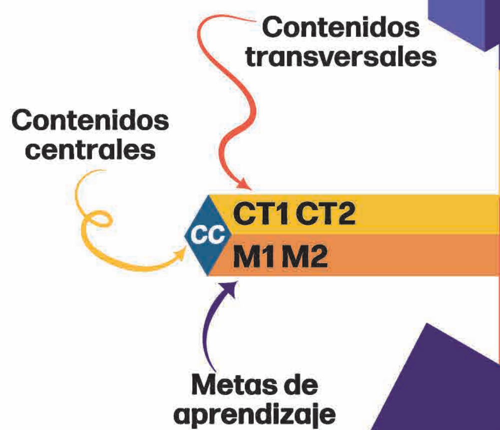
El curriculum ampliado se vincula con los recursos sociocognitivos, áreas de conocimiento por medio de los diferentes ámbitos de los recursos socioemocionales que están presentes en este tipo de actividades.

Prácticas de aprendizaje. La mejor manera de aplicar los conocimientos y habilidades aprendidas es a través de este tipo de prácticas, las cuales están numeradas, ubicadas en un contexto de aprendizaje y potencializando un principio de la NEM, como se muestra en el siguiente ejemplo:

Lectura NEM. Es una actividad de comprensión lectora que aborda uno de los principios de la Nueva Escuela Mexicana.

Evaluación de la unidad de aprendizaje. Son reactivos que abordan los temas de cada unidad de aprendizaje.

Contenidos centrales, contenidos transversales y metas de aprendizaje. Cada progresión tiene al inicio el contenido central, los contenidos transversales y metas de aprendizaje que aborda el programa de estudios como se muestra a continuación:



Proyecto Aula - Escuela - Comunidad (PAEC). En estos códigos QR podrás realizar las actividades de las progresiones que son parte del PAEC.

Maestro Iso. Cada vez que veas al maestro Iso, él te explicará la progresión de manera dinámica, escaneando el código QR.

Progresiones de aprendizaje

1. Conceptualiza la diferencial como una variación infinitamente pequeña entre dos variables, visualiza su significado geométrico con el apoyo de recursos tecnológicos disponibles y la aplica al cálculo de aproximaciones en problemas de las ciencias y de su entorno para la cuantificación de errores absolutos y porcentuales.

2. Utiliza la suma de Riemann y el método del trapecio para encontrar el área bajo la curva y aplicarlos en la resolución de problemas matemáticos, de las ciencias y de su entorno con el apoyo de los recursos tecnológicos disponibles para lograr una mejor aproximación.

3. Reconoce la derivación y la integración como operaciones inversas considerando la constante de integración en la generación de soluciones que conforman la primitiva de una función y utiliza procedimientos algorítmicos para determinar la integral indefinida en la resolución de problemas matemáticos, de las ciencias y de su entorno.

4. Identifica y aplica a la integral definida como una herramienta para calcular el área bajo la curva en un intervalo dado mediante métodos analíticos y/o tecnológicos, para verificar y comunicar sus hallazgos y soluciones en problemáticas teóricas y de su contexto.

5. Emplea los conceptos del cálculo infinitesimal para plantear y resolver integrales definidas, de manera analítica y/o con apoyo tecnológico, en la solución de problemas de diversos contextos para que el estudiantado analice, compruebe, interprete y explique sus hallazgos y resultados en la determinación de la longitud de arco.

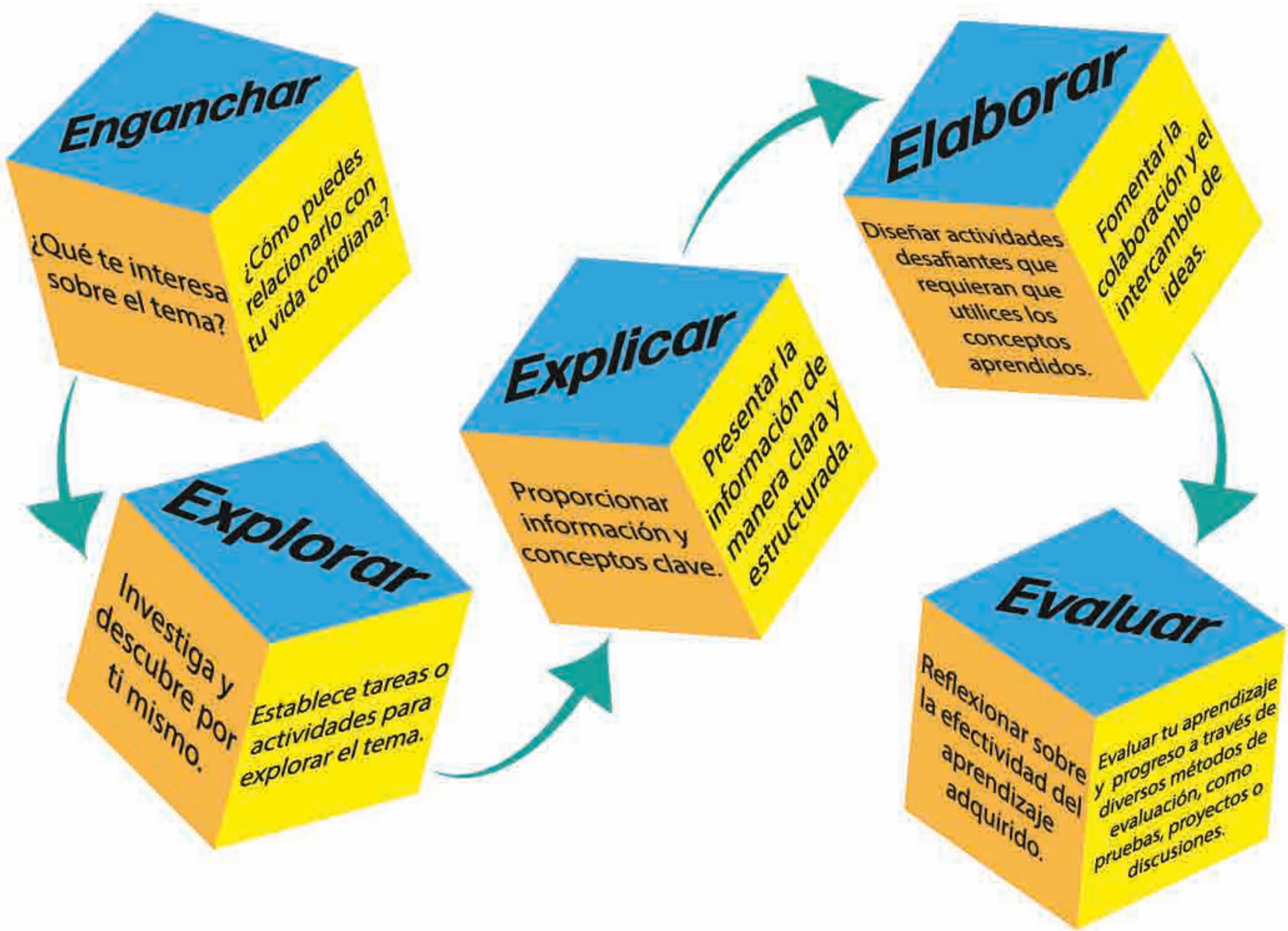
6. Utiliza la integral definida para plantear, modelar y resolver problemas, en diversos contextos, que involucran el cálculo de áreas entre curvas recurriendo a métodos analíticos y/o con apoyo de recursos tecnológicos, de manera que el estudiantado analice, compruebe, interprete y explique sus hallazgos y resultados.

7. Emplea las ideas del cálculo infinitesimal para plantear, modelar y resolver problemas, en diversos contextos, que involucran el cálculo de volúmenes de sólidos de revolución recurriendo a métodos analíticos y/o con apoyo de recursos tecnológicos disponibles, de manera que el estudiantado analice, compruebe, interprete y explique sus hallazgos y resultados.

Estrategias para trabajo colaborativo

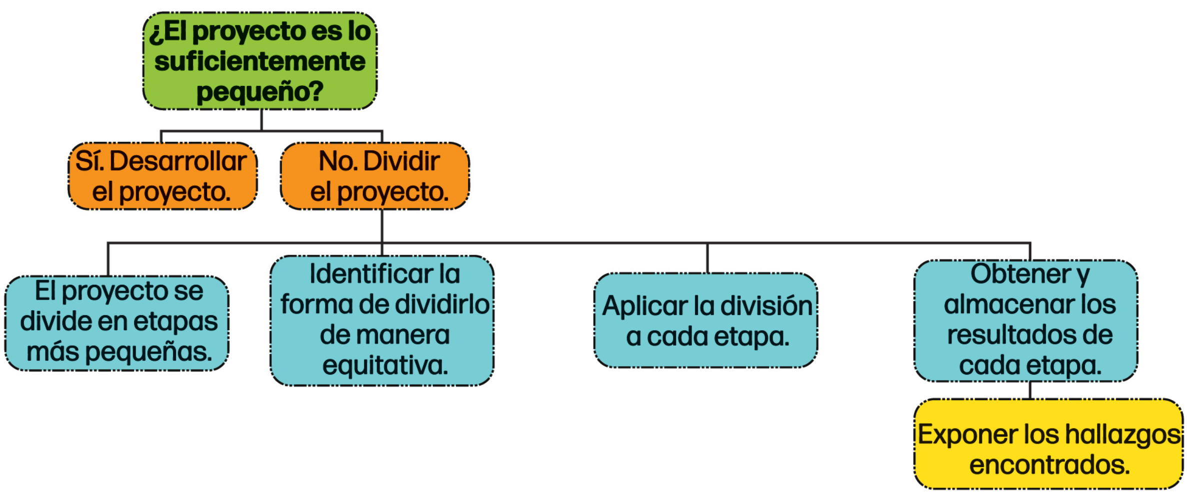
Estrategia 5E

Es una estrategia utilizada en educación para el trabajo colaborativo y diseño de proyectos, consiste en:



Divide y vencerás

Consiste en no ver un proyecto como una unidad, sino como una serie de etapas que pueden desarrollarse de manera individual para después integrar y exponer los hallazgos encontrados, a continuación se muestran los pasos a seguir.



Contenido

Unidad de aprendizaje 1
Fundamentos del cálculo diferencial e integral

Categorías de aprendizaje:

- **C1.** Procedural.

  Subcategorías:
  - **S1.** Elementos aritméticos algebraicos.
  - **S2.** Elementos geométricos.
  - **S3.** Elementos variacionales.

- **C2.** Procesos de intuición y razonamiento.

  Subcategorías:
  - **S1.** Capacidad para observar y conjeturar.
  - **S2.** Pensamiento intuitivo.

- **C3.** Solución de problemas y modelación.

  Subcategorías:
  - **S3.** Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios.

- **C4.** Interacción y lenguaje matemático.

  Subcategorías:
  - **S3.** Ambiente matemático de comunicación.

Meta de aprendizaje:

- **C1M1.** Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos, de las ciencias y de su entorno.
- **C1M3.** Comprueba los procedimientos usados en la resolución de problemas utilizando diversos métodos, empleando recursos tecnológicos o la interacción con sus pares.
- **C2M1.** Observa y obtiene información de una situación o fenómeno para establecer estrategias o formas de visualización que ayudan a entenderlo.
- **C3M1.** Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto.
- **C1M2.** Analiza los resultados obtenidos al aplicar procedimientos algorítmicos propios del pensamiento matemático en la resolución de problemáticas teóricas y de su contexto.
- **C4M2.** Socializa con sus pares sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema tanto teórico como de su entorno.

Aprendizaje de trayectoria:

- Valora la aplicación de procedimientos automáticos y algorítmicos, así como la interpretación de sus resultados para anticipar, encontrar y validar soluciones a problemas matemáticos, de áreas del conocimiento y de su vida personal.
- Adopta procesos de razonamiento matemático tanto intuitivos como formales tales como observar, intuir, conjeturar y argumentar, para relacionar información y obtener conclusiones de problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades y de la vida cotidiana).
- Modela y propone soluciones a problemas tanto teóricos como de su entorno, empleando lenguaje y técnicas matemáticas.
- Explica el planteamiento de posibles soluciones a problemas y la descripción de situaciones en el contexto que les dio origen empleando lenguaje matemático y lo comunica a sus pares para analizar su pertinencia

Progresiones:

1. Conceptualiza la diferencial como una variación infinitamente pequeña entre dos variables, visualiza su significado geométrico con el apoyo de recursos tecnológicos disponibles y la aplica al cálculo de aproximaciones en problemas de las ciencias y de su entorno para la cuantificación de errores absolutos y porcentuales.

2. Utiliza la suma de Riemann y el método del trapecio para encontrar el área bajo la curva y aplicarlos en la resolución de problemas matemáticos, de las ciencias y de su entorno con el apoyo de los recursos tecnológicos disponibles para lograr una mejor aproximación.

3. Reconoce la derivación y la integración como operaciones inversas considerando la constante de integración en la generación de soluciones que conforman la primitiva de una función y utiliza procedimientos algorítmicos para determinar la integral indefinida en la resolución de problemas matemáticos, de las ciencias y de su entorno.

4. Identifica y aplica a la integral definida como una herramienta para calcular el área bajo la curva en un intervalo dado mediante métodos analíticos y/o tecnológicos, para verificar y comunicar sus hallazgos y soluciones en problemáticas teóricas y de su contexto.

Presentación

El cálculo, del latín *calculus* (piedrecita usada para contar), representa una de las herramientas intelectuales más profundas y transformadoras en la historia de las matemáticas y la ciencia. Es mucho más que un conjunto de fórmulas; es un lenguaje que permite describir y analizar el cambio, el movimiento y la acumulación en el mundo real. Surgido de manera independiente por Isaac Newton y Gottfried Leibniz en el siglo XVII, el cálculo proporcionó el marco matemático necesario para la física moderna, la ingeniería, la economía y una vasta gama de disciplinas científicas y técnicas.

La esencia del cálculo: dos caras de la misma moneda.

Los fundamentos del cálculo se dividen, de forma tradicional, en dos grandes ramas interconectadas, que resuelven problemas que intrigaron a los matemáticos durante siglos:

1. Cálculo diferencial (la tasa de cambio).

El cálculo diferencial se centra en el estudio de cómo una cantidad cambia de manera instantánea respecto a otra. Su concepto central es la derivada, que se interpreta, en términos geométricos, como la pendiente de la recta tangente a una curva en un punto específico.

- Problema fundamental: ¿Cómo se puede medir la velocidad instantánea de un objeto, o la tasa de crecimiento de una población, en un momento exacto?
- Concepto clave (la derivada): La derivada surge del límite de las pendientes de las rectas secantes a medida que el intervalo de tiempo (o distancia) se acerca a cero. Esto permite pasar de una tasa de cambio promedio a una tasa de cambio instantánea.
- Aplicaciones: El cálculo diferencial es esencial para optimizar procesos (encontrar el máximo o el mínimo, como la máxima ganancia o el costo mínimo), predecir la trayectoria de proyectiles, y modelar la propagación de enfermedades o el flujo de fluidos.

2. Cálculo integral (la acumulación).

El cálculo integral se ocupa del proceso inverso al diferencial: la acumulación. Su concepto central es la integral, que se interpreta, en términos geométricos, como el área bajo una curva en un intervalo dado.

- Problema fundamental: ¿Cómo se puede calcular el área de una figura irregular, o la distancia total recorrida por un objeto cuya velocidad no es constante?
- Concepto clave (la integral): La integral se define como el límite de una suma de Riemann, que es la suma de las áreas de una serie de rectángulos de grosor infinitesimal que se ajustan al área bajo la curva.
- Aplicaciones: Se utiliza para calcular volúmenes, longitudes de arcos, trabajo realizado por una fuerza variable y, en esencia, la acumulación total de una cantidad a lo largo del tiempo.

El Teorema Fundamental del Cálculo: El puente.

La conexión trascendental entre estas dos ramas es establecida por el Teorema Fundamental del Cálculo (TFC). Este teorema es, sin duda, la pieza central de toda la disciplina.

El TFC establece que la derivación y la integración son operaciones inversas. Es decir, si se calcula el área bajo la curva de una función (integración) y luego se encuentra la tasa de cambio de esa área (derivación), se recupera la función original. Esta relación simplificó de manera drástica el cálculo de áreas y volúmenes que antes requerían métodos geométricos muy complejos y laboriosos.

Unidad de aprendizaje 1. Fundamentos del Cálculo Diferencial e Integral

- Progresión 1. La diferencial y su aplicación
- Progresión 2. Métodos de aproximación de áreas
- Progresión 3. Relación entre derivación e integración
- Progresión 4. La integral definida y su interpretación

Evaluación diagnóstica

1. Evaluación de funciones. Dada la función $f(x)=3x^2 - 5x + 2$, calcule el valor de $f(-1)$ y $f(a + h)$.

2. Dominio. Determine el dominio de la siguiente función e indíquelo usando notación de intervalo:

$$g(x) = \frac{\sqrt{x-3}}{x-5}$$

3. Simplificación algebraica. Simplifique la siguiente expresión algebraica, la cual es crucial para el cálculo de derivadas por definición:

$$\frac{(x-h)^2 - x^2}{h}$$

4. Pendiente de una recta. Calcule la pendiente de la recta que pasa por los puntos P_1 (2, 5) y P_2 (6, 17). ¿Qué representa esta pendiente en términos de una tasa de cambio?

5. Tasa de cambio promedio. La posición de un objeto en movimiento está dada por $s(t) = t^2 + 1$ metros. Calcule la velocidad promedio (tasa de cambio promedio de la posición) del objeto en el intervalo de tiempo [1, 4] segundos.

6. Interpretación gráfica. Si se observa la gráfica de una función (polinomial, trigonométrica, etc) y = f(x) en el intervalo [a, b]. Describa qué representa de manera geométrica el cociente:

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

7. Sustitución directa. Calcule el siguiente límite por sustitución directa:

$$\lim_{n \to 3} 2x^2 - 4x + 1$$

8. Límite con indeterminación. Calcule el siguiente límite. (Sugerencia: Factorice el numerador para eliminar la indeterminación 0/0).

$$\lim_{n \to 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

9. Límites laterales. Considere la función a trozos h(x):

$$h(x) = \begin{cases} x + 3 & \text{si } x < 1 \\ 2x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$ Calcule los siguientes límites laterales:

$\lim_{x \to 1^-} h(x)$ y $\lim_{x \to 1^+} h(x)$. ¿Existe $\lim_{x \to 1} h(x)$?

10. Límite al infinito. ¿Cuál es el valor del siguiente límite, y qué representa este valor en la gráfica de la función?

$$\lim_{n \to 2} \frac{5x^2 - 3x + 1}{x^2 + 2}$$

La diferencial y su aplicación

Apertura

Imagina que estás construyendo un tanque cilíndrico de agua. El radio ideal debe ser r = 2 metros, pero al medir, sabes que podrías tener un error de Δr = 0.01 metros. ¿Cómo afectará este pequeño error en el radio al volumen total del tanque? El pensamiento variacional permite estimar este cambio usando una herramienta poderosa: la diferencial.

Desarrollo

Concepto y significado geométrico de la diferencial.

Has estudiado la derivada como la pendiente de la recta tangente a una curva en un punto y como la razón de cambio instantánea. Ahora, el concepto de diferencial permite llevar la derivada un paso más allá para entender no solo la "tasa" de cambio, sino el cambio real y el cambio aproximado de una función. La diferencial de una función, denotada como dy, es, en esencia, una aproximación lineal del cambio vertical Δy que experimenta la curva. Desde el punto de vista geométrico, dy es el incremento a lo largo de la recta tangente. Esta distinción es crucial: dy es la herramienta de cálculo que permite estimar el comportamiento de la curva en un entorno muy pequeño, estableciendo la base para las aplicaciones prácticas del cálculo. Recuerda que la derivada $\frac{dy}{dx}$ representa la razón de cambio instantánea de una función y = f(x) respecto a x.

La diferencial de x, denotada como dx, es un incremento arbitrario e independiente en la variable x. Se define como:

$$dx = \Delta x$$

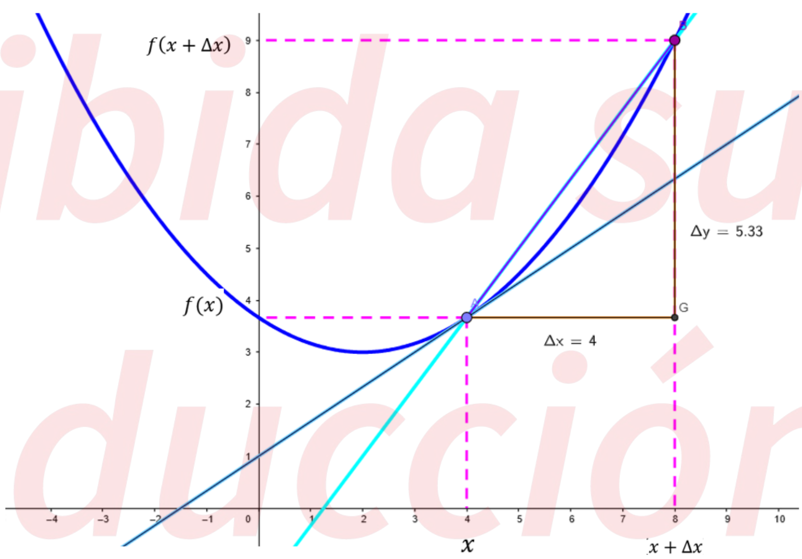
La pendiente de la recta tangente y la razón de cambio instantáneo.

La diferencial de y, denotada como dy, se define como:

$$dy = f'(x)\, dx$$

Donde f' (x) es la derivada de la función.

"¿Qué mide la derivada de una función f(x) en un punto x = a?"



La pendiente de la recta tangente y la razón de cambio instantáneo.

Interpretación geométrica.

La diferencial dy representa el cambio que ocurre en la recta tangente a la función f(x) cuando x cambia una cantidad dx. El cambio real de la función es:

$$\Delta y = f(x+\Delta x)-f(x)$$

Como se observa en el gráfico, para valores pequeños de dx, la diferencial dy es una muy buena aproximación del cambio real Δy.

$$\Delta y \approx dy$$

Esta es la clave de las aplicaciones de la diferencial: permite estimar el cambio en una función sin tener que calcular el cambio real. En otras palabras:

$$dy = f'(x)\,dx \quad \text{Cambio vertical} = \text{pendiente} \times \text{cambio horizontal}$$

dy no es Δy:

- Δy: Es el cambio vertical sobre la curva. Es el cambio real.
- dy: Es el cambio vertical sobre la recta tangente. Es el cambio lineal aproximado.
- dy y Δy comienzan a separarse a medida que se aleja del punto de tangencia.

Si x cambia una cantidad muy pequeña Δx, ¿cuánto cambia y?

Ejemplo básico de cálculo:

$f(x)=x^2$ $\quad f'(x)=2x$ $\quad dy=2x\,dx$

Calcular de forma aproximada $(4.01)^2$ sin calculadora.

Sea $f(x)=x^2$. Queremos $f(4.01)$.

Se toma $x=4$ (el valor fácil) y $dx=\Delta x=0.01$.

$f(4)=4^2=16$

$dy=2(4)(0.01)=0.08$

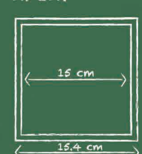
$f(4.01)\approx f(4)+dy=16+0.08=16.08$

Valor real: 16.0801

¡La aproximación es exelente!

Ejemplo de área:

Una lámina cuadrada de 15 cm de lado, se dilata por causa de las altas temperaturas hasta una longitud de 15.4 cm. Calcula el incremento aproximado del área.



Lado inicial: 15 cm

Lado final: 15.4 cm

$dL = 15.4\text{ cm} - 15\text{ cm} = 0.4\text{ cm}$

Fórmula del área: $A=L^2$

$dy=f'(x)\ dx$

$f'(A)=2L$

Se deriva la fórmula de área

$dA=2L\ dL$

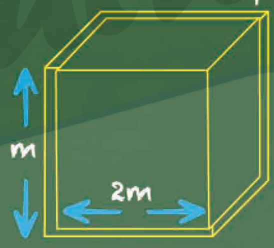
$dA=2(15\text{ cm})(0.4\text{ cm})=12\text{cm}^2$ (es la diferencia aproximada del área)

Ejemplo de volumen:

Determina el incremento aproximado que tiene un cubo cuando sus aristas que miden 2 m aumentan 5 cm cada una.

Lado inicial: 2 m
Lado final: 2.05 m
dL = 2.05 m – 2 cm = 0.05 m
Fórmula del área: V=L^3
dy=f^' (x) dx
f^' (V)=3L^2
dV= 3L^2 dL
dV=3(2m)^2 (0.05 m)=0.6 m^3 (es la diferencia aproximada del volumen)

Se deriva la fórmula del volumen



Práctica de aprendizaje No. 1

Ejercicio 1. Calcula el área o volumen.

1. Cuadrado: Un terreno cuadrado tiene 25 m de lado. Debido a un error de medición, el lado real podría ser 0.2 m más largo. Calcula el área aproximada de la superficie.

(Fórmula: $A = x^2$)

2. Círculo: El radio de un plato circular mide como 10 cm con un posible error de 0.05 cm. Determina el error aproximado en el cálculo de su área.

(Fórmula: $V = \pi r^2$)

3. Cubo: Se mide la arista de un cubo y se obtiene 7 cm. Si la arista real es 7.1 cm, calcula el incremento aproximado de su volumen.

(Fórmula: $V = x^3$)

4. Esfera: El radio de una esfera es 5 m. Si el radio disminuye 0.03 m debido al enfriamiento, calcula la disminución aproximada de su volumen.

(Fórmula: $V = 3/4\ \pi r^3$)

5. Rectángulo: El lado de un cuadrado es 10 cm. Si el lado se incrementa en 0.1 cm, calcula el incremento aproximado del área.

(Fórmula: $A = x^2$)

Ejercicio 2. Utiliza la diferencial para aproximar el valor de las siguientes expresiones:

1. Aproxima el valor de $\sqrt{26}$.

(Función: $f(x) = \sqrt{x}$. Usa $x = 25$ y $dx = 1$)

2. Aproxima el valor de $(2.03)^3$

(Función: $f(x) = x^3$. Usa $x = 2$ y $dx = 0.03$)

3. Aproxima el valor de $\sqrt[3]{7.8}$.

(Función: $f(x) = \sqrt[3]{x}$. Usa $x = 8$ y $dx = -0.2$)

4. Aproxima el valor de f(2.9) para la función $f(x) = x^{4-x}$.

(Usa x = 3 y dx = -0.1)

5. Aproxima el valor de 1/0.98.

(Función: f(x) = 1/x . Usa x = 1 y dx = -0.02)

Ejercicio 3. Calcula la diferencial ***dy*** para la función dada utilizando los valores de ***x*** y ***dx***:

1. $y = 3x^2 - 5x + 2$ cuando x = 4 y dx = 0.1

2. y = x/(x+1) cuando x = 0 y dx = 0.04

3. $y = x\sqrt{x}$ cuando $x = 4$ y $dx = -0.02$

4. $y = (x - 2)^5$ cuando $x = 3$ y $dx = 0.01$

5. $y = x/(x-1)$ cuando $x = 2$ y $dx = 0.05$

Ejercicio 4. Resuelve los siguientes planteamientos

1. La resistencia eléctrica (R) de un conductor de longitud constante varía con la temperatura (T) según la relación:

$R(T) = R_0 (1+\alpha T)$

donde R_0 es la resistencia inicial (100 ohmios), α es el coeficiente de temperatura (0.004/°C), y T es la temperatura en grados Celsius.

Calcula el incremento aproximado de la resistencia (dR) si la temperatura cambia de 50°C a 50.5°C.

2. El área (A) de un triángulo equilátero se calcula con la fórmula:

$A(x) = \sqrt{3}/4 \, x^2$

donde x es la longitud de uno de sus lados.

Si se mide un lado de 12 cm con un posible error de ±0.08, determina el error máximo aproximado en el cálculo del área (dA).

3. La función de costo total (C) para producir q unidades de un artículo es:

$C(q) = 0.01q^3 - 0.5q^2 + 10q + 200$

Utiliza la diferencial para aproximar el cambio en el costo (dC) al aumentar la producción de 10 unidades a 10.2 unidades.

(Nota: En economía, dC es la aproximación del costo marginal en un punto)

4. La densidad de población (ρ) de una región circular de radio r se define como la población (P) dividida por el área (A):

$$\rho = P/(\pi r^2)$$

Supón que la población P es constante (100,000$ habitantes) y el radio actual de la región es 10 km. Si el radio se incrementa en 0.1 km debido a la expansión urbana, calcula la disminución aproximada de la densidad de población (dρ).

5. Utiliza la diferencial para aproximar el valor de $(8.1)^{2/3}$

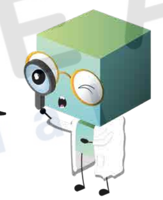
(Función a utilizar: $f(x) = x^{2/3}$

(Usa un valor base (x) que sea fácil de calcular y define dx)

Uso de recursos tecnológicos para la visualización de la diferencial.

El cálculo diferencial, con su enfoque en los límites y cambios infinitesimales, puede ser muy abstracto. Es aquí donde las herramientas tecnológicas como GeoGebra, Graphmatica o Desmos se vuelven indispensables para el aprendizaje en el nivel bachillerato. Al usar un software para graficar, se puede construir de manera dinámica la función *f(x)*, su recta tangente, el incremento real (sobre la curva), y la diferencial *dy* (sobre la tangente). Esta visualización permite ver en tiempo real cómo la aproximación lineal *dy* se vuelve cada vez más precisa a medida que el cambio horizontal (*dx*) se acerca a cero. La tecnología transforma estos conceptos abstractos en fenómenos interactivos y palpables, mejorando la comprensión de la naturaleza local de la derivada y la diferencial.

Solicitar a los alumnos que descarguen la aplicación de GeoGebra en su ordenador, Tablet o dispositivo móvil para realizar una práctica guiada por el profesor.

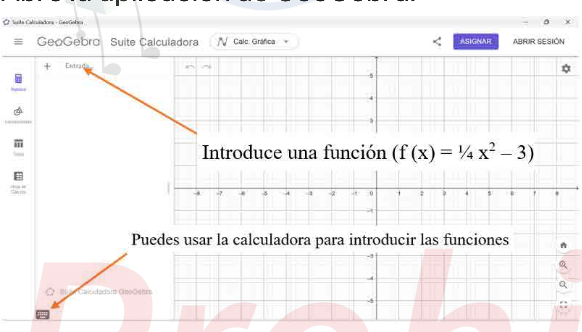


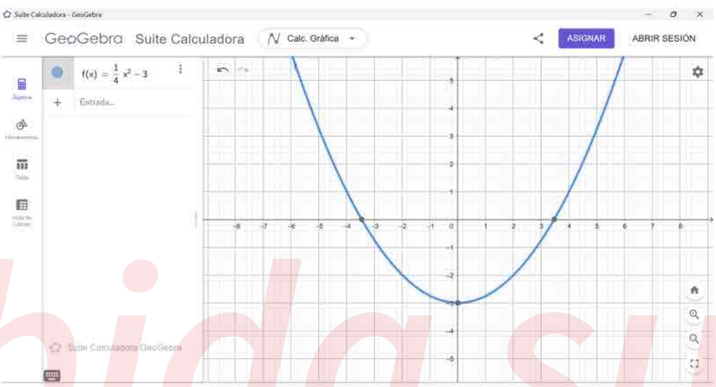
Con ayuda de tu profesor, analicen el material del siguiente Código QR (si el profesor tiene las condiciones de usar un proyector, sería lo ideal, de lo contrario podría explicar el contenido y llevar impresas las preguntas).

Ver los videos y animaciones de GeoGebra que se presentan para apreciar de mejor forma el problema que se plantea.

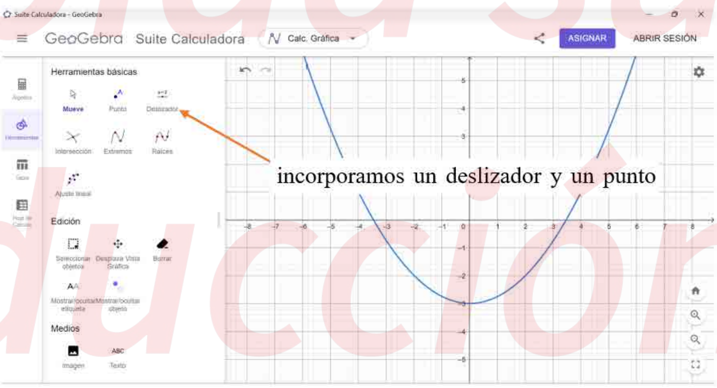
Vas a practicar en GeoGebra porque, además de ser un software libre, no requiere de internet una vez instalado en el equipo.

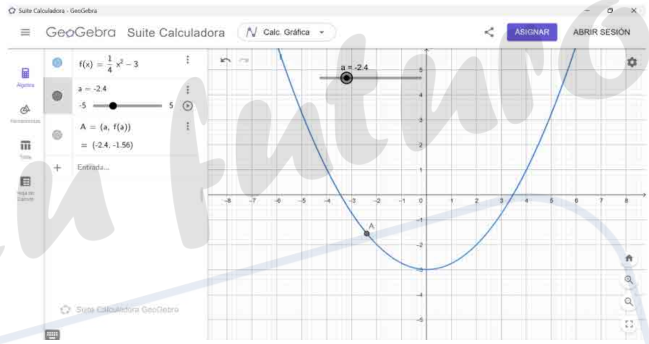
Abre la aplicación de GeoGebra.



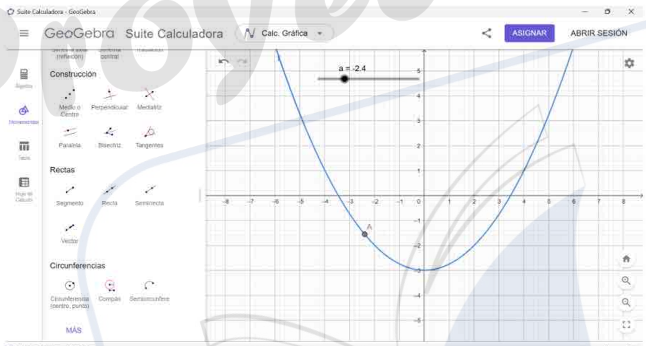


Una vez teniendo la gráfica de la función, incorpora un deslizador y un punto en el espacio de entrada, debajo de la función dando clic en el icono de herramientas. El punto se escribirá como (a, f(a)).

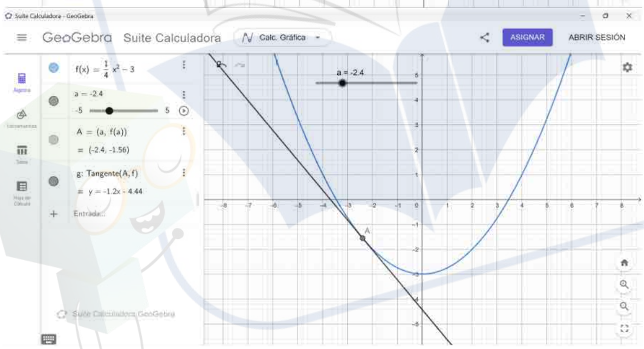




Así tiene que quedar y podrás mover el deslizador para que veas que el punto se mueve de un lado a otro sobre la curva. Por default el intervalo está de – 5 a 5, el cual puedes modificar.



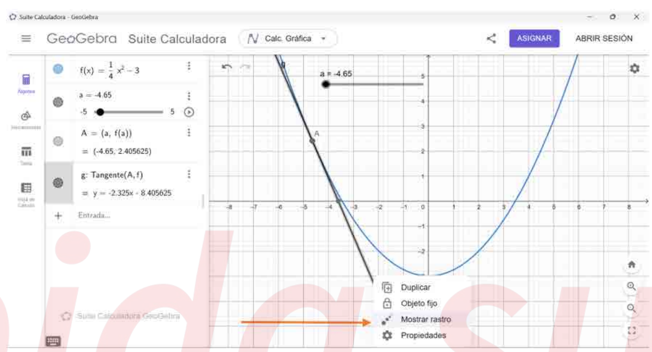
Ahora en el mismo ícono de herramientas busca “tangentes”, selecciona e indica con un clic el punto *a* y otro clic sobre la curva.



Da clic en tangentes, luego clic en el punto y por último clic sobre la curva.

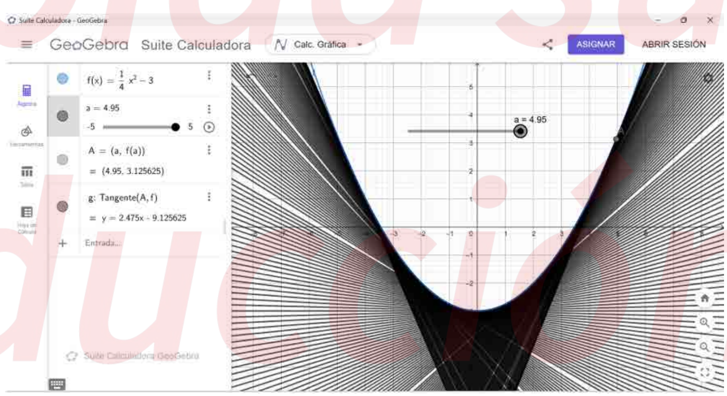
Puedes poner play en el deslizador y verás cómo se mueve la tangente a medida que el punto se desplaza sobre la curva en el intervalo (– 5, 5). También puedes mover de forma directa el deslizador y parar donde creas conveniente.

Por último, da clic derecho sobre la tangente y selecciona “mostrar rastro”. Ahora da play en el deslizador.



Así se verá…

Ahora solo basta con trazar una secante y podrás observar, con movimiento, la interpretación geométrica de la derivada. Con esta práctica podrás explorar un sinfín de aplicaciones y construcciones.



Ahora te toca a ti seguir practicando y aprendiendo cómo usar el software de GeoGebra, es fascinante y se pueden hacer y construir cosas maravillosas. Aquí te dejo un video para que realices la práctica y aprecies de mejor forma la construcción.

Aplicaciones en aproximaciones y cálculo de errores absolutos y porcentuales.

Una de las aplicaciones más poderosas e intuitivas del cálculo es el uso de la diferencial para el cálculo de aproximaciones y la estimación de errores. Desde una perspectiva histórica, la diferencial permitió a los matemáticos calcular valores complejos (como raíces no exactas o funciones trigonométricas) sin necesidad de tablas o calculadoras, usando solo valores cercanos y fáciles de manejar. En el mundo de la ingeniería y la física, la diferencial se utiliza como una herramienta de propagación de errores: si existe un error de medición conocido (dx) en una variable de entrada, se puede usar dy para predecir el error absoluto, relativo o porcentual resultante en el cálculo de una magnitud relacionada. Esta aplicación muestra la relevancia práctica del cálculo en la precisión científica y técnica.

La aplicación más común es la estimación del valor de una función o la propagación de errores.

Aproximación: Si se quiere estimar $f(x + \Delta x)$, se puede usar la fórmula:

$$f(x + \Delta x) \approx f(x) + dy = f(x) + f'(x) \cdot \Delta x$$

Cálculo de errores:

Error absoluto (EA): $EA \approx |dy|$

Error relativo (ER): $ER = dy/y$

Error porcentual (EP): $EP = ER \cdot 100\,\%$

Otra forma de obtener estos cálculos es asumir que, en cada caso, se cuenta con un valor real (VR) y un valor medido o estimado (VM).

Error absoluto (EA) = |VM-VR|

Error relativo (ER): ER = EA/ER

Error porcentual (EP) = EA/VR·100 %

A continuación, se presentan los siguientes ejercicios en diferentes escenarios.

Ejemplo. Aproximación de una raíz cuadrada:

Estime el valor de $\sqrt{4.02}$ usando diferenciales.
Sea $f(x) = \sqrt{x} = x^{1/2}$

Elige un valor cercano a 4.02 del que conozcas la raíz: $x = 4$.
Por lo tanto, $\Delta x = 4.02 - 4 = 0.02$.
$f1(x) = \frac{1}{2}x^{-1/2} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

Evaluar f(x) y f1(x) en x = 4
$f(4) = \sqrt{4} = 2$ $\quad$ $f1(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} = \frac{1}{2 \cdot 2} = \frac{1}{4} = 0.25$

Calcular la diferencial dy:
$dy = f1(x) \cdot \Delta x = (0.25)(0.02) = 0.005$

Aproximar f(2.02):
$f(x + \Delta x) \approx f(x) + dy$
$\sqrt{4.02} \approx 2 + 0.005 = 2.005$
El valor real es ≈ 2.0049 ¡La aproximación es excelente!

Aprendiste a usar la diferencial para aproximar $\sqrt{4.02}$. La aproximación obtenida (VM) fue 2.005. Si el valor real (VR) calculado por una calculadora de alta precisión es 2.00499375 (redondeado), ¿ cuál fue el error de la aproximación lineal?

Valor Real (VR) = 2.00499375 $\quad$ Valor Medido (VM) = 2.005

$EA = |2.005 - 2.00499375| = 0.00000625$

$EP = \frac{0.00000625}{2.00499375} \cdot 100\% = 0.00031\%$

El error porcentual es muy bajo, lo qur demuestra que la diferencial (dy) es una herramienta de aproximación muy poderosa, en especial para cambios pequeños (Δx).

Ejemplo. La tolerancia de una pieza:

Un ingeniero de calidad necesita verificar el diámetro de un engranaje. El plano indica que el diámetro ideal debe ser 15.50 mm. Al medir la pieza fabricada con un calibrador, se obtiene 15.48 mm. Al medir la pieza fabricada con un calibrador, se obtiene 15.48 mm. ¿Se puede considerar que la pieza cumple con la tolerancia?

Valor Real (VR) - 15.50mm   Valor Medido (VM) - 15.48 mm

EA = |15.48 mm - 15.50 mm| = 0.02 mm

$$EP = \frac{0.02 \text{ mm}}{15.50 \text{ mm}} \cdot 100\% = 0.129\%$$

El error es muy pequeño, apenas una décima de uno por ciento, indicando una alta precisión en la fabricación.

Ejemplo. Presupuesto de construcción:

Un contratista estima que el costo total de un proyecto de construcción será de 85,000 pesos (ochenta y cinco mil pesos). Una vez finalizado el proyecto y liquidados todos los gastos, el costo real asciende a 90.100 pesos. (noventa mil cien pesos) ¿Qué tan confiable fue la estimación inicial del conratista?

Valor Real (VR) = 90,100 pesos   Valor Medido (VM) - 80,000 pesos

EA = |\$85,000 - \$90,100| = \$5,100

$$EP = \frac{\$5,100}{\$90,100} \cdot 100\% = 5.66\%$$

El contratista subestimó el costo real por 5,100 pesos lo que representa un error de cerca del 5.66% del costo final.

Ejemplo. Concentración molar:

Es un experimento de laboratorio, se sabe que a concentración molar teórica (real) de una solución es 0.550 M (molar). Un estudiante realiza una titulación y determina que la concentración es 0.547 M.

Valor Real (VR) = 0.550 M   Valor Medido (VM) = 0.547 M

EA = |0.547 M - 0.550 M| = 0.003 M

$$EP = \frac{0.0203 \text{ M}}{0.550 \text{ mm}} \cdot 100\% = 0.545\%$$

El error del estudiante es de 0.003 M, lo que es un error porcentual inferior al 1%, un resultado por lo general aceptable en el trabajo de laboratorio.

Práctica de aprendizaje No. 2

Instrucciones: Para cada ejercicio, calcule el error absoluto (EA), el error relativo (ER) y el error porcentual (EP), utilizando las siguientes fórmulas:

- Error absoluto (EA) = |VM-VR|
- Error relativo (ER): ER = EA/ER
- Errorporcentual (EP) = EA/VR·100 %

Aplicación directa:

1. Física: longitud. Un estudiante mide la longitud de una mesa obteniendo 1.52 metros (VM). El valor real de la mesa es 1.50 metros (VR).

2. Química: masa. La masa teórica de un reactivo es 10.0 gramos (VR). Un químico pesa la muestra y obtiene 9.95 gramos (VM).

3. Geometría: área. El área exacta de un círculo debe ser 314.16 cm^2 (VR). Un alumno calcula el área con $\pi \approx 3.1416$ y obtiene 314.00 cm^2 (VM).

4. Temperatura. Un termómetro defectuoso marca 25.5 °C (VM) cuando la temperatura real es 25.0 °C (VR).

5. Tiempo. El tiempo ideal para un experimento es de 180 segundos (VR). El tiempo registrado es de 181.5 segundos (VM).

Problemas de complejidad media:

1. Finanzas: interés. El monto real de intereses ganados en una cuenta es de $125.75 (VR). La contabilidad reporta un monto de $125.00 (VM).

2. Cálculo: aproximación. El valor real de $\sqrt[3]{8.1}$ es 2.0082988 (VR). Usando diferenciales, un alumno lo aproxima a 2.0083333 (VM).

3. Medición de volumen. El volumen real de un cubo es 1.000 m^3 (VR). Si se mide cada lado con un error de 1cm (es decir, 0.01m), el volumen medido (VM) es 1.030301 m^3.

4. Electrónica: resistencia. El valor nominal de una resistencia eléctrica es 470 Ohms (VR). Una medición da como resultado 465 Ohms (VM).

5. Topografía: distancia. Un topógrafo utiliza un método que arroja una distancia de 1,254.3 metros (VM). La distancia real verificada con GPS de alta precisión es 1,250.0 metros (VR).

Pensamiento crítico:

1. Crecimiento poblacional. La población real de una ciudad en 2024 es 500,000 habitantes (VR). Un modelo matemático predice una población de 525,000 habitantes (VM). Calcule los errores.

2. Velocidad. La velocidad teórica de una nave espacial al entrar en órbita debe ser 7,800 m/s (VR). Debido a una desviación, la velocidad real es 7,805 m/s (VM). Calcule el EP.

3. Comparación de errores. Un valor A tiene $VR_A = 10$ y $VM_A = 10.1$. Un valor B tiene $VR_B = 1000$ y $VM_B = 1001$. Calcule el EA y el EP para ambos. ¿Qué valor tiene un mayor error absoluto, y qué valor tiene un mayor error porcentual?

4. Propagación del error. El área de un cuadrado ($A = L^2$) se calcula con L = 5.0 cm (VR) para un área de 25.00 cm^2. Si el lado se mide de forma correcta como L = 5.05 cm (VM), resultando en un área de 25.5025 cm^2. Calcule el EA y el EP del área.

5. Conversión de moneda. La tasa de cambio real de dólares a pesos es 1 USD = 18.05 (VR). Un sistema financiero utiliza una tasa redondeada de 1 USD = 18.00 MXN (VM). Si una persona cambia $5,000 USD, ¿cuál es el error porcentual en la cantidad de pesos recibidos?

Cierre

Práctica de aprendizaje No. 3

Proyecto de ingeniería civil.

Situación: Eres parte de un equipo de ingenieros civiles trabajando en el diseño de un nuevo puente. Debes realizar cálculos de aproximación y análisis de errores para garantizar la seguridad y precisión del proyecto.

Instrucciones para el proyecto:

- Tiempo: 120 minutos.
- Equipos: Trabajo en grupos de 3-4 estudiantes.
- Entregables: Reporte técnico con todos los cálculos.
- Software recomendado: Calculadora científica, Excel/GeoGebra.

Diseño de columnas circulares.

Contexto: Estás calculando la cantidad de concreto necesario para columnas circulares de 2 metros de altura.

Datos:

- Radio nominal: $r = 0.5$ m
- Tolerancia de fabricación: $\pm\, 0.02$ m
- Altura constante: $h = 2$ m

Tareas:

- Calcula el volumen nominal de una columna ($V = \pi\, r^2 h$).
- Usa diferenciales para estimar el volumen máximo y mínimo posible.
- Determina el error porcentual en el volumen.
- Si necesitas 50 columnas, ¿qué volumen total de concreto debes pedir considerando los errores?

Informe técnico.

Portada:

- Nombre del proyecto.
- Integrantes del equipo.
- Fecha.
- Asignatura.

Introducción:

- Objetivos del proyecto.
- Importancia de las aproximaciones en ingeniería.

Desarrollo del Caso:

1. Planteamiento del problema.
2. Metodología utilizada.
3. Cálculos y resultados.
4. Análisis e interpretación.

Conclusiones:

- Aprendizajes obtenidos.
- Aplicaciones futuras.
- Limitaciones del método.

Anexos:

- Cálculos detallados.
- Referencias bibliográficas.

Reflexión final:

1. ¿En qué otras profesiones crees que se utilizan estas técnicas de aproximación?

2. ¿Por qué es importante considerar los errores en proyectos de ingeniería?

3. ¿Qué consecuencias podría tener no considerar estos errores en un proyecto real?

Rúbrica de evaluación del proyecto.

Criterio	Excelente (10 pts)	Satisfactorio (7 pts)	En desarrollo (4 pts)
Aplicación conceptual	Usa de manera correcta diferenciales en todos los casos.	Aplica conceptos con pequeños errores.	Presenta dificultad para aplicar los conceptos.
Análisis de errores	Calcula todos los errores de manera correcta y los interpreta.	Calcula errores, pero con interpretación limitada.	Comete errores en los cálculos de aproximación.
Contexto real	Relaciona a la perfección matemáticas con la aplicación real.	Relaciona de forma aceptable, pero poco profunda.	No conecta con el contexto real.
Reporte técnico	Presenta el reporte de forma clara, organizada y profesional.	Presenta el reporte completo, pero con deficiencias en formato.	Presenta el reporte desorganizado o incompleto.

Estudio independiente

Responde las siguientes preguntas.

1. ¿Qué es una diferencial en cálculo?

2. ¿Cómo se representa geométricamente la diferencial?

3. ¿Para qué sirve aplicar la diferencial en problemas científicos o cotidianos?

4. ¿Qué es el error absoluto y el error porcentual?

5. ¿Cómo se puede usar la diferencial para calcular estos errores?

6. ¿Qué aprendiste sobre ti al reflexionar sobre el uso de la diferencial en la vida real?

Autoevalúa los aprendizajes de las progresiones con la siguiente rúbrica.

Criterios	Nivel Básico (1 pt.)	Nivel Intermedio (2 pts.)	Nivel Avanzado (3 pts.)
Reconozco qué es la diferencial	Digo que es un cambio pequeño.	Explico que es una variación entre dos valores.	Analizo su significado como variación infinitesimal y su uso en aproximaciones.
Identifico su representación geométrica y aplicación	Digo que es una línea que toca la curva.	Explico que es la pendiente de una recta tangente.	Reconozco cómo se visualiza y aplica en problemas científicos y tecnológicos.
Relaciono la diferencial con el cálculo de errores	Digo que sirve para calcular.	Explico cómo se usa para estimar errores.	Reflexiono sobre su utilidad para cuantificar errores y mejorar la precisión en distintos contextos.

Revisa tu desempeño:

9 puntos - Excelente. De 6 a 8 puntos - Bien. De 4 a 5 puntos - Suficiente. 3 puntos - Insuficiente.

Práctica transversal No. 1

Matemáticas para un mundo sostenible

Contexto integrador.

Tema central: Análisis del impacto ambiental y optimización de recursos en tu comunidad usando herramientas matemáticas.

Duración: 3 sesiones de 120 minutos cada una.

Niveles integrados: Matemáticas, física, química, economía, tecnología.

Producto final: Propuesta de mejora ambiental con análisis matemático.

Actividad 1: Huella de carbono escolar (matemáticas - estadística - tecnología - humanidades).

Objetivo: Calcular y analizar la huella de carbono del plantel educativo.

Metodología:

1. Recolección de datos:
   - Consumo mensual de energía eléctrica (kWh).
   - Consumo de agua (m^3).
   - Generación de residuos (kg).
   - Transporte estudiantil (km recorridos).
2. Cálculos:

$$Huella\ de\ carbono = \sum Dato_i \times Factor_{emisión_i}$$

3. Análisis diferencial:
   - Usar derivadas para determinar qué variable afecta más la huella.
   - Proponer reducciones del 10 % en cada variable y calcular impacto.
4. Diseño:
   - Diseñar sistema óptimo para captar agua de lluvia.
   - Encontrar dimensiones que maximicen volumen con material fijo.
5. Análisis económico ambiental:
   - Calcular punto de equilibrio.
   - Determinar tiempo óptimo de retorno.
   - Analizar sensibilidad con diferenciales.

Actividad 2: Elaboración de propuesta técnica.

Estructura del reporte:

1. Resumen ejecutivo (español).
2. Análisis matemático (15 puntos).
   - Modelos utilizados.
   - Cálculos de optimización.
   - Análisis de errores.
3. Impacto ambiental (Ciencias).
4. Viabilidad económica (Economía).
5. Recomendaciones.

Actividad 3: Diseño de campaña de concientización (artes - tecnología).

Productos:

- Infografía digital con datos matemáticos.
- Video explicativo de 2 minutos.
- Presentación interactiva.

Herramientas tecnológicas recomendadas.

Software de análisis:

- GeoGebra: Modelado matemático.
- Excel/Sheets: Análisis estadístico.
- Canva: Infografías.
- SimScale: Simulaciones ambientales (versión educativa gratuita).

Dispositivos de medición:

- Termómetros digitales.
- Pluviómetros caseros.
- Multímetros para consumo eléctrico.
- Cintas métricas.

Actividades de evaluación formativa.

Bitácora de aprendizaje:

- Registro diario de avances.
- Reflexiones sobre dificultades.
- Evidencias fotográficas.

Rúbricas específicas por disciplina:

- Matemáticas: Precisión en cálculos, uso de modelos.
- Ciencias: Metodología experimental, análisis de datos.
- Tecnología: Uso de herramientas, innovación.
- Humanidades: Comunicación, argumentación.

Extensión y adaptaciones.

Para grupos avanzados:

- Incorporar cálculo integral para volúmenes irregulares.
- Análisis multivariable para optimización.

Para grupos con necesidades específicas:

- Enfoque en recolección y análisis de datos simples.
- Uso de herramientas visuales.
- Trabajo guiado paso a paso.

Recursos comunitarios:

- Invitar expertos locales (ingenieros, ambientalistas).
- Visitas virtuales a plantas de tratamiento.
- Colaboración con organizaciones ambientales.

Reflexión final transversal.

Preguntas guía para la metacognición:

1. ¿Cómo se relacionan las matemáticas con la solución de problemas ambientales?

2. ¿Qué habilidades de otras materias te ayudaron en este proyecto?

3. ¿Cómo podrías aplicar estos aprendizajes en tu vida diaria?

4. ¿Qué cambios propondrías en tu comunidad basándote en tus hallazgos?

Rúbrica transversal de evaluación.

Competencia	Nivel 4	Nivel 3	Nivel 2
Pensamiento matemático	Aplica múltiples conceptos de manera correcta	Usa conceptos básicos de manera adecuada	Tiene dificultad en la aplicación
Análisis científico	Integra datos de varias disciplinas.	Analiza datos de forma aislada.	Hace un análisis superficial.
Soluciones creativas	Presenta propuestas innovadoras y viables.	Hace propuestas convencionales.	Presenta propuestas poco prácticas.
Comunicación efectiva	Comunica con claridad a diferentes audiencias.	Comunica de manera adecuada, pero limitada.	Presenta dificultades en la comunicación.
Trabajo colaborativo	Coordina de forma excelente los roles definidos.	Trabaja en equipo de forma aceptable.	Muestra poca coordinación.

Taller de pensamiento variacional 2

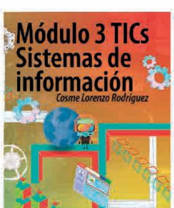
La Editorial Planea tiene como misión crear materiales didácticos de calidad, con los contenidos adecuados para impactar positivamente en la formación de los estudiantes, desarrollando sus conocimientos, habilidades y actitudes, que los transformen en jóvenes capaces de comprender su entorno e influir en él, aprender de manera autónoma a largo de su vida, ser consciente de sus destrezas para resolver problemas y aceptar retos que lo ayuden a alcanzar su metas, ser sensibles al arte y sus expresiones, asimismo activar la participación ciudadana que reafirme su conciencia cívica y ética, fomentando una actitud respetuosa a la interculturalidad, diversidad de creencias, valores e ideas, asumiendo un pensamiento crítico que ayude al desarrollo sustentable de su comunidad.

El libro de **Taller de Pensamiento Variacional II**, está desarrollado bajo los Principios de la Nueva Escuela Mexicana, teniendo como eje rector el Nuevo Modelo Educativo de la Educación Media Superior y el programa de estudio por progresiones para la **Dirección General de Bachillerato (DGB)**, el cual propone los siguientes aprendizajes trayectoria del Recurso Sociocognitivo de **Pensamiento Matemático**:

- Valora la aplicación de procedimientos automáticos y algorítmicos, así como la interpretación de sus resultados para anticipar, encontrar y validar soluciones a problemas matemáticos, de áreas del conocimiento y de su vida personal.
- Adopta procesos de razonamiento matemático tanto intuitivos como formales tales como observar, intuir, conjeturar y argumentar, para relacionar información y obtener conclusiones de problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades y de la vida cotidiana).
- Modela y propone soluciones a problemas tanto teóricos como de su entorno, empleando lenguaje y técnicas matemáticas.
- Explica el planteamiento de posibles soluciones a problemas y la descripción de situaciones en el contexto que les dio origen empleando lenguaje matemático y lo comunica a sus pares para analizar su pertinencia.

En la Editorial Planea tenemos un compromiso por desarrollar materiales que cumplan con las expectativas de las comunidades educativas.

Titulos relacionados



Serie Iso

NEM

771-159-1900
www.editorialplanea.com.mx