

# Temas selectos de matemáticas

# 1

# BT

*René Pérez Moreno*

*Yoko Nahomi Espinoza Tuda*

**Edición  
actualizada**



Serie Iso

Tilin

Tilin

Tilin

*“Proyecta tu futuro”*



**BT**





# Temas selectos de matemáticas 1

**Primera Edición 2025**

**Copyright © Editorial Planea**

**ISBN: 978-607-5902-31-9    Clave: 20267**

*Impreso en México*

**Contacto: 771-655-6186**

**Correo electrónico:**

[informes@editorialplanea.com.mx](mailto:informes@editorialplanea.com.mx)

Se reservan todos los derechos. Está prohibida la reproducción, almacenamiento en sistemas de recuperación o transmisión de estas publicaciones, ya sea de forma electrónica, mecánica, mediante fotocopia, grabación u otros medios, sin el consentimiento previo del editor. Esto incluye su distribución en redes, almacenamiento electrónico o transmisión para fines de aprendizaje a distancia.

**Editor en jefe:** Cosme Lorenzo Rodríguez

**Autores:** René Pérez Moreno y Yoko Nahomi Espinoza Tuda

**Correctora:** Angélica María Alvarado Carreón

**Diseño:** Nasbbi Irazú Portes Loeza

**Diseño maestro iso:** Liliana Cruz García

**Imágenes:** Adobe Stock

## **Aviso de exención de responsabilidad:**

Los enlaces incluidos en este libro no son propiedad de Editorial Planea. Por lo tanto, no tenemos control sobre la información proporcionada por los sitios web en un momento determinado, y no podemos garantizar la exactitud de la información proporcionada por terceros (enlaces externos). Aunque se recopila cuidadosamente y se actualiza constantemente, no asumimos responsabilidad alguna por su exactitud, integridad o actualidad.

Los artículos atribuidos a los autores reflejan sus opiniones y a menos que se indique específicamente, no representan las opiniones del editor. Además, la reproducción de este libro o cualquier material de los sitios web incluidos en él no está autorizada, ya que dicho material puede estar sujeto a derechos de propiedad intelectual.

Los derechos pertenecen a sus respectivos propietarios, y Editorial Planea no se hace responsable de la información mostrada en los enlaces proporcionados.

# Presentación

En la Editorial Planea estamos comprometidos por ofrecer materiales didácticos de alta calidad, apegados al Nuevo Modelo Educativo de la Educación Media Superior, basado en la premisa de desarrollar en ti joven estudiante un aprendizaje situado en tu entorno, que te ayude en tu día a día, adaptándote a los cambios y brindarte un constante aprendizaje inclusivo, pluricultural, colaborativo y equitativo, basado en los principios de la Nueva Escuela Mexicana.

Este libro se encuentra apegado al 100 % al programa de estudio basado en progresiones de aprendizaje del NME de la EMS, abordando las categorías y subcategorías para lograr los aprendizajes meta que propone el programa de Temas Selectos de Matemáticas I. Pensamiento matemático, ciencia y tecnología del siglo XXI (Innovación).

Estas progresiones, se encuentran organizadas en tres unidades de aprendizaje, la primera aborda la "Pensamiento matemático y teoría del caos", desarrollando las primeras tres progresiones de estudio referentes a la relación de las matemáticas con la ciencia, los fenómenos caóticos y no caóticos y las funciones lineales y no lineales; en la segunda unidad denominada "Representación gráfica del pensamiento matemático" se analizan la conectividad y tráfico, junto con la geometría fractal que corresponden a las progresiones cuatro y cinco del programa de estudio; finalmente, en la tercera unidad nombrada "Proyectos de pensamiento matemático" se analizan las progresiones seis, siete, ocho y nueve que corresponden a la representación del pensamiento matemático en la ciencia, informática, ingeniería genética y los proyectos donde se involucran las matemáticas.

Este libro, está diseñado para ti, trata de proporcionar elementos que te ayuden a conocer los desarrollos más recientes y en actual evolución de la ciencia y la tecnología, cómo el pensamiento matemático y la matemática pueden operar a favor de ensayar respuestas a problemas y promueven el acelerado desarrollo tecnológico por el cual atraviesa la humanidad.



# La Nueva Escuela Mexicana NEM

La Nueva Escuela Mexicana (NEM) parte de un diagnóstico donde la educación se entendía como tres ciclos sin conexión, la educación básica (preescolar, primaria y secundaria), la educación media superior y la educación superior, con base en este diagnóstico se construye una propuesta donde la educación debe ser entendida para toda la vida, bajo el concepto de aprender a aprender, la actualización continua, adaptación a los cambios y el aprendizaje permanente.

La NEM propone un plan de 23 años en los diferentes niveles educativos, los cuales estén interconectados entre sí, donde se potencialice la formación integral de las niñas, niños, adolescentes y jóvenes con el objetivo de promover el aprendizaje de excelencia, inclusivo, pluricultural, colaborativo y equitativo a lo largo de su formación.

Para alcanzar el bienestar y la prosperidad incluyente, la NEM se fundamenta en los siguientes principios:



**Fomento de la identidad con México.** El amor a la patria, el aprecio por su cultura, el conocimiento de su historia y el compromiso de los valores plasmados en la Constitución Política, son las acciones que forman este principio.

**Responsabilidad ciudadana.** El principio implica la aceptación de derechos y deberes personales y comunes, el respeto por los valores cívicos por parte de los estudiantes formados en la NEM es esencial para transmitir los valores de honestidad, respeto, justicia, solidaridad, reciprocidad, lealtad, libertad, equidad y gratitud.



**Honestidad.** Se destaca este valor dentro de la responsabilidad social de los estudiantes, el cual permite formar una sociedad con base en la confianza y el sustento de la verdad de todas las acciones para permitir una sana relación entre los ciudadanos.

**Respeto de la dignidad humana.** Promover el respeto irrestricto a la dignidad y los derechos humanos de las personas, con base en la convicción de la igualdad de todos los individuos en derechos, trato y oportunidades.





**Respeto por la naturaleza y cuidado del medio ambiente.** La conciencia ambiental favorece la protección y conservación del medio ambiente, la prevención de la contaminación y cambio climático comienza con la educación del desarrollo sostenible.

**Promoción de la interculturalidad.**

El aprecio y la comprensión por la diversidad cultural y lingüística, así como, el diálogo y el intercambio cultural es una fuerza motriz para tener una vida intelectual, afectiva, moral y espiritual.



**Participación en la transformación de la sociedad.**

La superación de cada persona por iniciativa propia es la base de este principio, el sentido social de la educación permite construir relaciones cercanas, solidarias y fraternas que superan las indiferencias y la apatía por transformar la sociedad.



**Promoción de la cultura de la paz.** El objetivo de la agenda 2030 que promueve "Paz, justicia e instituciones sólidas", tiene como fundamento promover sociedades pacíficas, inclusivas, que faciliten el desarrollo sostenible, el acceso a la justicia para todos y la construcción a todos los niveles de instituciones eficaces e inclusivas que rindan cuentas.





# Conoce tu libro

Dentro del libro se encuentra desarrollado el Nuevo Modelo Educativo de la Educación Media Superior, el cual se basa en un programa de estudio por progresiones de aprendizaje, las cuales se desarrollan en tres momentos que son:



**Apertura.** En este primer momento se busca despertar el interés y la motivación del estudiante por el tema que se va a abordar.



**Cierre.** En este último momento se busca consolidar los aprendizajes y hacer una evaluación del proceso.



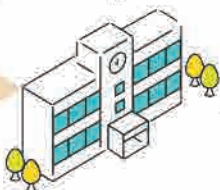
**Desarrollo.** Se presenta el contenido y se realiza una explicación clara y detallada de los conceptos clave.



También se encuentran las secciones:

**Evaluación diagnóstica.** Se encuentra al inicio de cada unidad de aprendizaje, ayuda a identificar las fortalezas y debilidades con los temas que se van a abordar.

## Aprendizaje situado en contextos:



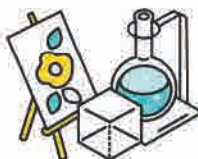
Escuela



Aula



Comunidad



## Prácticas transversales.

Donde se enlazan los aprendizajes de los recursos socio-cognitivos con las disciplinas de las áreas de conocimiento.

## Prácticas socioemocionales.

El currículum ampliado se vincula con los recursos sociocognitivos, áreas de conocimiento por medio de los diferentes ámbitos de los recursos socioemocionales que están presentes en este tipo de actividades.





**Prácticas de aprendizaje.** La mejor manera de aplicar los conocimientos y habilidades aprendidas es a través de este tipo de prácticas, las cuales están numeradas, ubicadas en un contexto de aprendizaje y potencializando un principio de la NEM, como se muestra en el siguiente ejemplo:



## Práctica de aprendizaje



**Lectura NEM.** Es una actividad de comprensión lectora que aborda uno de los principios de la Nueva Escuela Mexicana.



**Evaluación de la unidad de aprendizaje.** Son reactivos que abordan los temas de cada unidad de aprendizaje.

**Categorías, subcategorías y metas de aprendizaje.** Cada progresión tiene al inicio las categorías, subcategorías y metas de aprendizaje que aborda su contenido como se muestra a continuación:

Categorías de aprendizaje

Subcategoría de aprendizaje

Metas de aprendizaje

C1 S1 S2  
M1 M2



**Proyecto Aula - Escuela - Comunidad (PAEC).** En estos códigos QR podrás realizar las actividades de las progresiones que son parte del PAEC.

**Maestro Iso.** Cada vez que veas al maestro Iso, él te explicará la progresión de manera dinámica, escaneando el código QR.








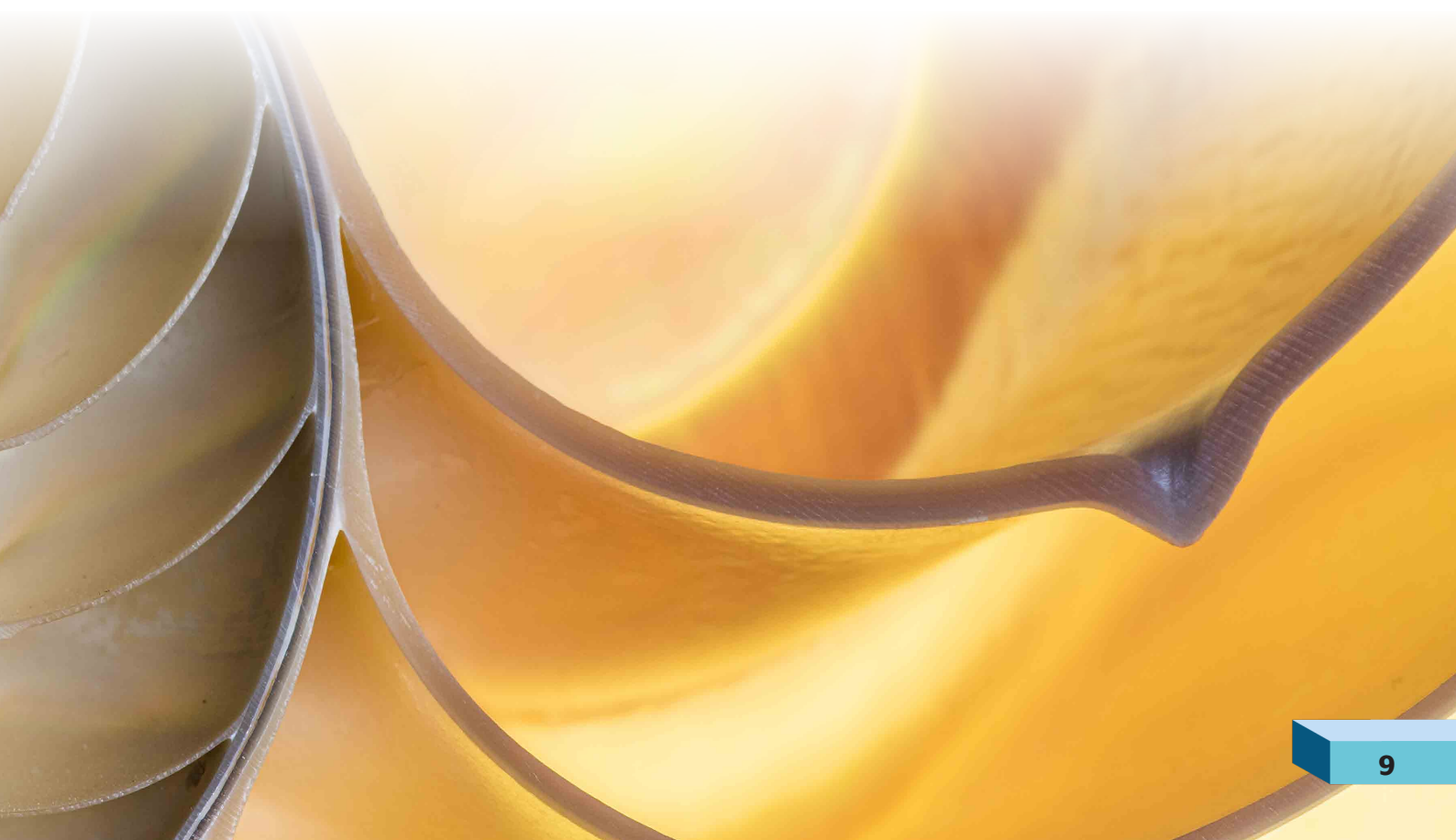
# Progresiones de aprendizaje

- 1.** Explora investigaciones recientes en el campo de las ciencias de la complejidad a un nivel divulgativo con la finalidad de observar algunas nociones y aplicaciones de este paradigma. Es posible explorar los trabajos sobre criticidad en las frecuencias que arrojan los electrocardiogramas, los cuales tienen por objetivo la detección temprana de enfermedades cardiovasculares, con esto se estaría teniendo un primer acercamiento a la fractalidad.
- 2.** Observa fenómenos caóticos y no caóticos para distinguir y entender características como la predictibilidad y la sensibilidad a las condiciones iniciales. Es posible comparar, por ejemplo, el comportamiento de un péndulo simple contra el comportamiento de un péndulo doble y analizar fenómenos físicos estudiados en CNEyT como los cuerpos en caída libre utilizando software (comportamiento no caótico) y fenómenos como la turbulencia o la caída de un cuerpo sobre superficies irregulares.
- 3.** Analiza funciones lineales y no lineales en el contexto de la modelación de fenómenos de interés, como la dinámica de poblaciones, e incorpora las nociones de órbita, periodo y comportamiento caótico. Cuando analiza sistemas dinámicos discretos considera la conjetura de Collatz, para observar que la matemática es una ciencia viva que en ocasiones emplea la computación para generar evidencia a favor de ciertas afirmaciones.
- 4.** Cuestiona y discute los problemas de conectividad y tráfico en las ciudades y viajes aeronáuticos a través del uso de conceptos y técnicas básicas de la geometría del taxista y la geometría esférica, respectivamente.





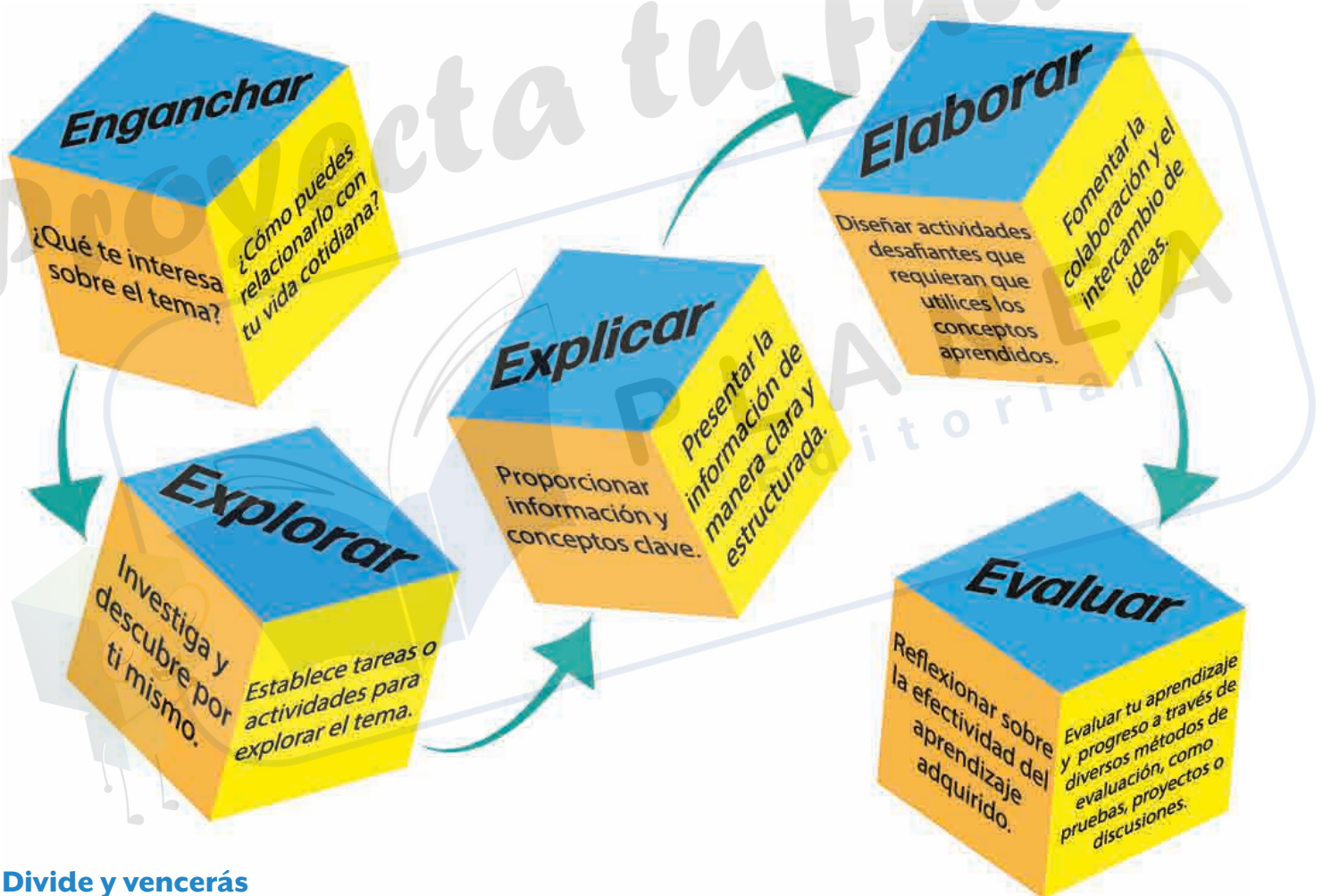
-  5. Explora los elementos básicos de la geometría fractal a través de la revisión de ejemplos físicos como el movimiento de una mota de polvo, las formas de las nubes, algunos de los “monstruos matemáticos” (e.g. el polvo de Cantor, el copo de nieve de Koch, curvas que llenan el plano, el conjunto de Julia, el conjunto de Mandelbrot, etc.); además, revisa algunas de las aplicaciones de esta geometría en la industria fílmica y la medicina. Revisará la historia del padre de la geometría fractal, Benoit Mandelbrot, para hacer reflexiones de carácter socioemocional. Si la o el estudiante tiene familiaridad programando es recomendable llevar a cabo un taller para producir fractales con computadora.
-  6. Investiga sobre problemáticas o interrogantes en las que sea fundamental analizar escalas y (auto) similitudes para una mejor comprensión, a través del uso de leyes de potencias, escalas logarítmicas y regresiones lineales. Algunas de las interrogantes que puede explorar son: ¿Cómo varía el gasto metabólico entre especies de mamíferos de diferente tamaño? ¿Los bebés son adultos a escala? ¿Por qué no existen árboles de cientos de miles de kilómetros de altura? ¿Cómo crecen las ciudades y las empresas?, entre otras.
-  7. Construye algoritmos y diagramas de flujo para resolver pequeños problemas como por ejemplo la programación de un apagador de escalera, haciendo uso de elementos mínimos de lógica simbólica. Se revisarán a nivel divulgativo los avances y retos presentes de la computación tales como la ciberseguridad y la computación cuántica, la Inteligencia Artificial o el problema del millón de dólares sobre los problemas de decisión NP-completos.
-  8. Explora los avances y los retos de la genómica, la ingeniería genética, la biología sintética y el medio ambiente desde la perspectiva de la complejidad para preguntarse y reflexionar por los orígenes de la humanidad, la vida y los posibles avances tecnológicos que nos permitirían tener una mejor calidad de vida.
-  9. Elabora un proyecto que involucre las ideas de complejidad para proponer alternativas, análisis o reflexiones que busquen abonar ideas a la solución de un problema de interés.



# Estrategias para trabajo colaborativo

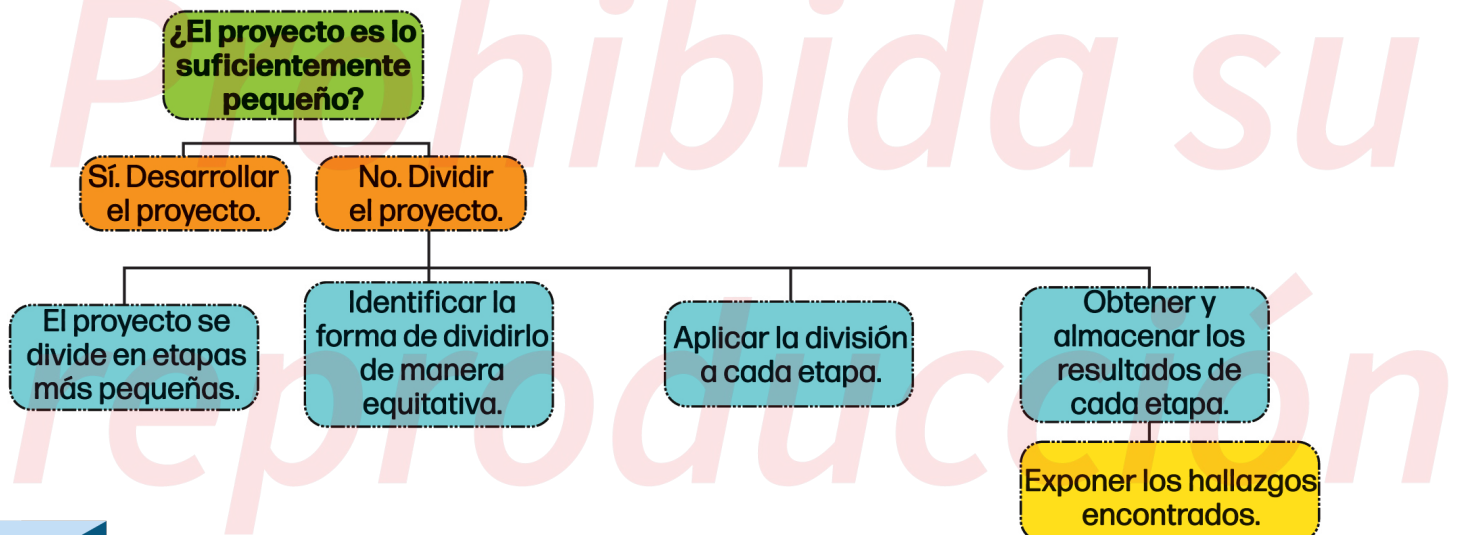
## Estrategia 5E

Es una estrategia utilizada en educación para el trabajo colaborativo y diseño de proyectos, consiste en:



## Divide y vencerás

Consiste en no ver un proyecto como una unidad, sino como una serie de etapas que pueden desarrollarse de manera individual para después integrar y exponer los hallazgos encontrados, a continuación se muestran los pasos a seguir.



# Contenido

## Unidad de aprendizaje 1. Pensamiento matemático y teoría del caos.

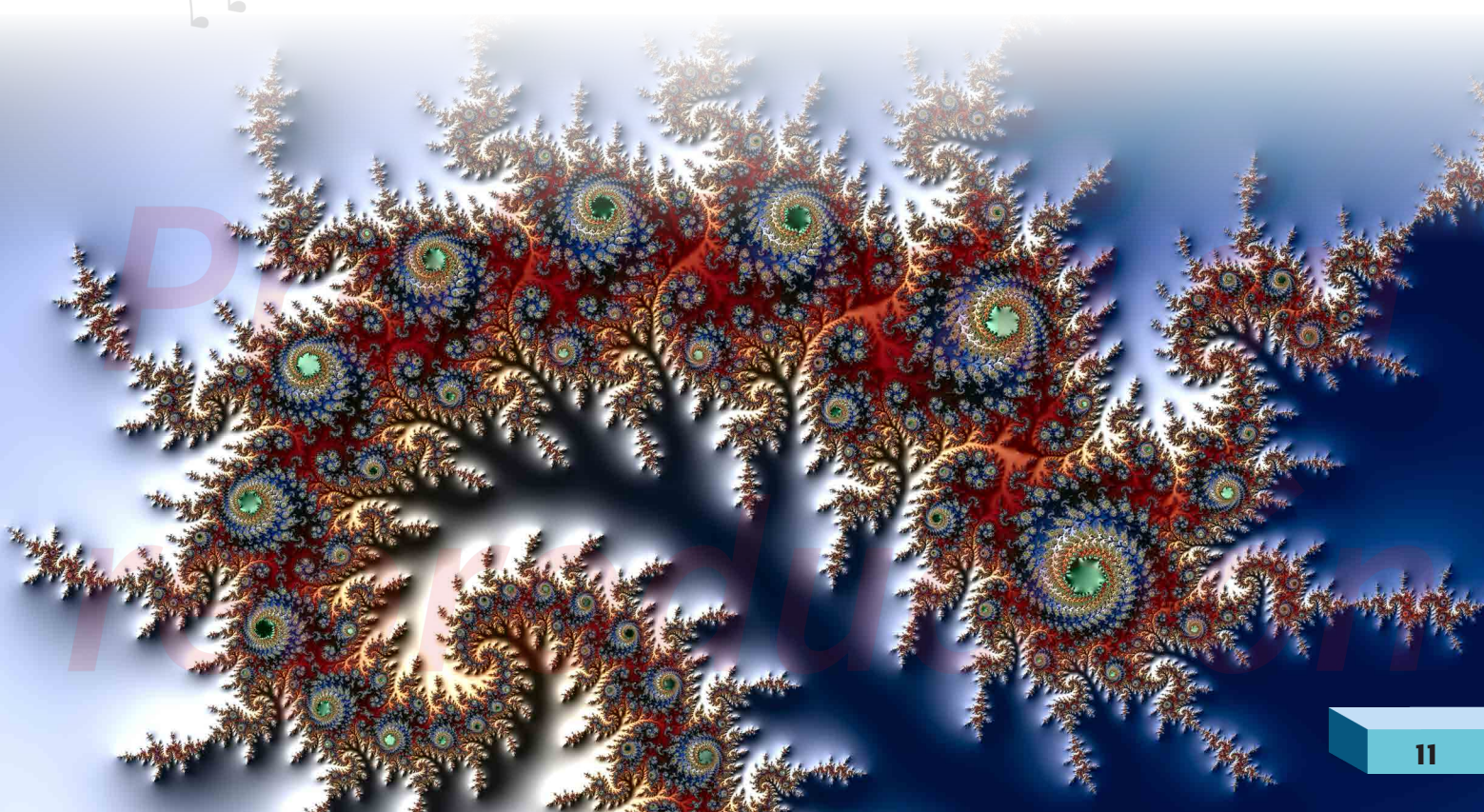
La ciencia y las matemáticas .....	16
Fenómenos caóticos y no caóticos .....	27
Funciones lineales y no lineales .....	35

## Unidad de aprendizaje 2. Representación gráfica del pensamiento matemático.

Conectividad y tráfico .....	57
Geometría fractal .....	71

## Unidad de aprendizaje 3. Proyectos de pensamiento matemático.

Pensamiento matemático en las ciencias .....	90
Pensamiento matemático en la informática .....	100
Pensamiento matemático en la ingeniería genética .....	108
Proyectos de pensamiento matemático .....	113





# Unidad de aprendizaje **1**

## Pensamiento matemático y teoría del caos

### Categorías de aprendizaje:

- **C1.** Procedural.

*Subcategorías:*

- **S1.** Elementos aritmético - algebraicos.

- **C2.** Procesos de intuición y razonamiento.

*Subcategorías:*

- **S1.** Capacidad para observar y conjeturar.
- **S2.** Pensamiento intuitivo.

- **C3.** Solución de problemas y modelación.

*Subcategorías:*

- **S1.** Uso de modelos.
- **S2.** Construcción de modelos.

### Meta de aprendizaje:

- **C1M1.** Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos, de las ciencias y de su entorno.
- **C2M1.** Observa y obtiene información de una situación o fenómeno para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a entenderlo.
- **C3M1.** Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto.
- **C3M2.** Construye un modelo matemático, identificando las variables de interés, con la finalidad de explicar una situación o fenómeno y/o resolver un problema tanto teórico como de su entorno.

## Aprendizaje de trayectoria:

- Aplica procedimientos algorítmicos e interpreta sus resultados para anticipar, encontrar y validar soluciones a problemas matemáticos, de áreas del conocimiento y de su vida personal.
- Observa, intuye, conjetura y argumenta a favor o en contra de afirmaciones matemáticas tanto teóricas como de aplicación en áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos o recursos socioemocionales, para debatir y contrastar ideas con sus pares.
- Analiza situaciones y problemas, discerniendo las variables de interés para el estudio, así como también llevando a cabo la verificación requerida de las hipótesis para la aplicación de los objetos, métodos y conceptos matemáticos utilizados, con la finalidad de modelar fenómenos o resolver problemas.
- Describe, interpreta y comunica con claridad ideas, situaciones y fenómenos propios de la matemática, de las ciencias naturales, experimentales, de la tecnología, de las ciencias sociales y de su entorno, empleando un lenguaje matemático riguroso.

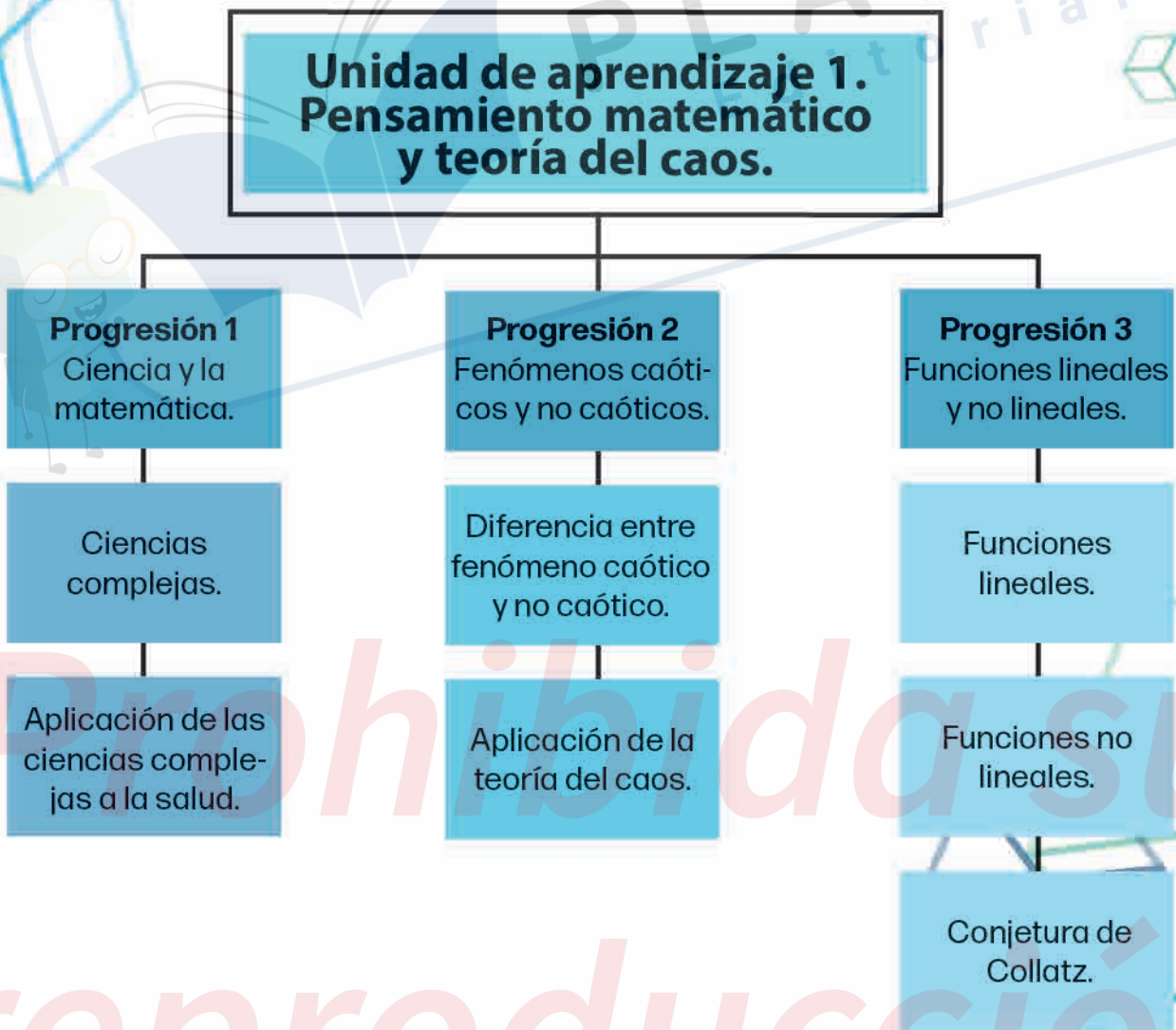
## Progresiones:

1. Explora investigaciones recientes en el campo de las ciencias de la complejidad a un nivel divulgativo con la finalidad de observar algunas nociones y aplicaciones de este paradigma. Es posible explorar los trabajos sobre criticalidad en las frecuencias que arrojan los electrocardiogramas, los cuales tienen por objetivo la detección temprana de enfermedades cardiovasculares, con esto se estaría teniendo un primer acercamiento a la fractalidad.
2. Observa fenómenos caóticos y no caóticos para distinguir y entender características como la predictibilidad y la sensibilidad a las condiciones iniciales. Es posible comparar, por ejemplo, el comportamiento de un péndulo simple contra el comportamiento de un péndulo doble y analizar fenómenos físicos estudiados en CNEyT como los cuerpos en caída libre utilizando software (comportamiento no caótico) y fenómenos como la turbulencia o la caída de un cuerpo sobre superficies irregulares.
3. Analiza funciones lineales y no lineales en el contexto de la modelación de fenómenos de interés, como la dinámica de poblaciones, e incorpora las nociones de órbita, periodo y comportamiento caótico. Cuando analiza sistemas dinámicos discretos considera la conjetura de Collatz, para observar que la matemática es una ciencia viva que en ocasiones emplea la computación para generar evidencia a favor de ciertas afirmaciones.



# Presentación

La primera unidad de aprendizaje del libro de Temas Selectos de Matemáticas 1, aborda las tres primeras progresiones del programa de estudios del Nuevo Modelo Educativo de la Educación Media Superior, donde se desarrolla el vínculo entre las ciencias y las matemáticas, los fenómenos caóticos y no caóticos, las funciones lineales y no lineales. Los contenidos específicos se pueden visualizar en el siguiente diagrama.

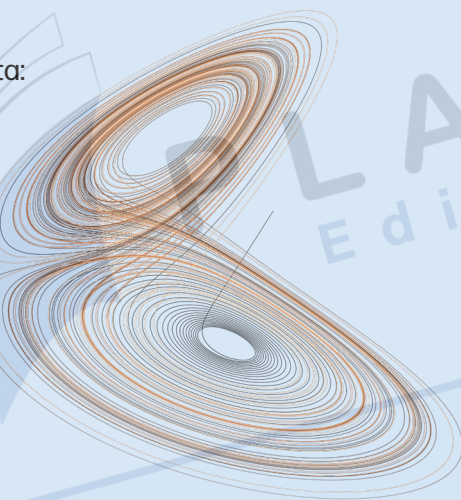




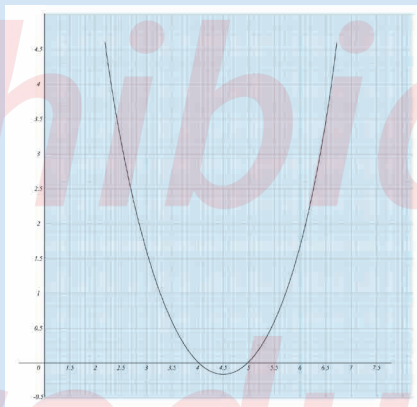
# Evaluación diagnóstica

Subraya la respuesta correcta.

- ¿Cuál es la ciencia que es difícil de predecir y tiene variables de comportamiento no lineal?  
a) Dura.      b) Compleja.      c) Lineal.      d) No lineal.
- Es un ejemplo de ciencia compleja.  
a) Teorema de Pitágoras.      b) Ley de los senos.      c) Teoría del caos.      d) Números complejos.
- La siguiente imagen representa:



- La siguiente imagen representa:  
a) Teoría del caos.      b) Axonometría.      c) Atractor de Lorenz.      d) Sistema climático.
- Es un ejemplo de función lineal:  
a)  $f(x) = \frac{4}{5}x + 6$       b)  $f(x) = x^2 + 5$       c)  $f(x) = 5^x$       d)  $f(x) = \log x$
- La siguiente gráfica representa a una función:



- La siguiente gráfica representa a una función:  
a) Lineal.      b) No lineal.      c) Cuadrática.      d) Cúbica.
- La solución de la ecuación  $\frac{5}{8}x + 4 = 0$  es:  
a) 6.4      b) -6.4      c) 2.5      d) -2.5

# La ciencia y las matemáticas

E1



## Apertura

Las matemáticas se aplican en la detección de la diabetes, ofreciendo herramientas para analizar grandes volúmenes de datos clínicos y mejorar el diagnóstico temprano de la enfermedad. A través de modelos matemáticos, algoritmos y técnicas estadísticas, es posible identificar patrones en variables como los niveles de glucosa en sangre, la presión arterial y el índice de masa corporal, que son indicadores clave en la evaluación del riesgo de diabetes.

¿Conoces cuál es tu índice de masa corporal IMC?

El IMC se calcula con los datos de la masa y estatura de una persona, la fórmula es:

E2

$$IMC = \frac{\text{masa (kg)}}{(\text{Estatura (m)})^2}$$

Por ejemplo, una persona que tiene una masa de 60 kg y su estatura es de 1.58 m, tendrá un IMC de:

$$IMC = \frac{60\text{kg}}{(1.58\text{m})^2} = 24.03$$

En la siguiente tabla se muestra cómo se interpreta este valor.

Composición corporal	Índice de masa corporal (IMC)
Peso inferior al normal	Menos de 18.5
Normal	18.5 - 24.9
Peso superior al normal	25.0 - 29.9
Obesidad	Más de 30.0

Por lo tanto, la persona tiene una composición corporal normal ya que su IMC se encuentra entre 18.5 a 24.9.

Es momento que calcules tu IMC y concluyas cuál es tu composición corporal.



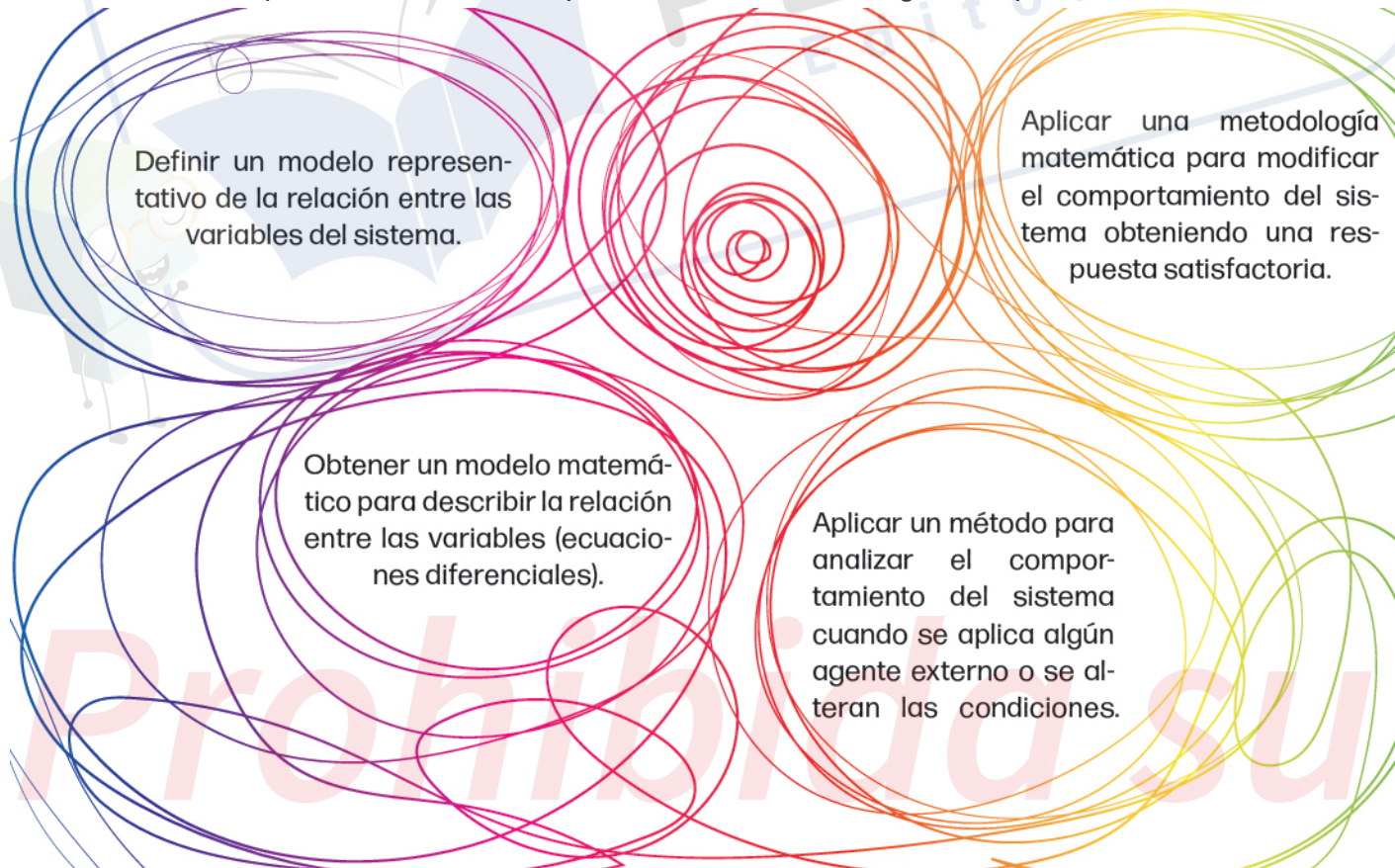
## **E3** Desarrollo

### Ciencias complejas

Una ciencia compleja se encarga del estudio de sistemas que están formados por muchas partes, las cuales se relacionan e interactúan de una manera no lineal por lo que su comportamiento no puede predecirse a partir de su estudio individual. Estudia los fenómenos que suceden a partir de variables tan impredecibles como sucede con el clima, las economías, las sociedades, etcétera, en los cuales cualquier mínima alteración puede cambiar el resultado esperado.

#### Teoría de sistemas dinámicos

Es una rama de las matemáticas que por medio de ecuaciones estudia el comportamiento del sistema para entender, modelar como cambia y evoluciona a través del tiempo, ayuda a predecir comportamientos futuros, a identificar patrones subyacentes en fenómenos complejos. Se puede hablar de sistemas dinámicos deterministas cuando las condiciones iniciales determinan el futuro o estocásticos cuando hay incertidumbre en su evolución. Por ejemplo, en la ecología, el estudio de como un sistema que involucra la relación de los recursos naturales con las especies a través del tiempo, se deben realizar los siguientes pasos:



Definir un modelo representativo de la relación entre las variables del sistema.

Aplicar una metodología matemática para modificar el comportamiento del sistema obteniendo una respuesta satisfactoria.

Obtener un modelo matemático para describir la relación entre las variables (ecuaciones diferenciales).

Aplicar un método para analizar el comportamiento del sistema cuando se aplica algún agente externo o se alteran las condiciones.

De esta manera se aplica la teoría de sistemas dinámicos.

#### Teoría del caos

Se encarga del estudio de los sistemas dinámicos no lineales que muestran alta sensibilidad a las condiciones iniciales, sirve para ilustrar como con pequeñas variaciones del estado inicial, se obtienen grandes diferencias en el comportamiento esperado.

Un ejemplo cotidiano de la teoría del caos es el tráfico en una ciudad. Imagina que un conductor frena de manera repentina en una avenida concurrida porque un gato cruza la calle.



Esta pequeña acción puede tener un efecto mariposa:

- **Primer impacto.** Los autos detrás de ese conductor deben frenar también, causando un retraso inmediato.
- **Propagación.** Unos minutos después, este retraso se acumula, provocando una congestión que afecta varias calles cercanas.
- **Efectos indirectos.** Personas llegan tarde a sus citas, lo que puede generar desde cambios en reuniones importantes hasta impactos emocionales como estrés o frustración.
- **Consecuencias amplificadas.** Un trabajador que llega tarde pierde un tren, lo que lleva a que un cliente no sea atendido a tiempo. Este cliente, molesto, toma una decisión impulsiva que podría afectar su día o incluso su semana.

Aunque el evento inicial (un gato cruzando la calle) es trivial, las consecuencias a largo plazo se vuelven impredecibles y complejas, demostrando cómo sistemas aparentemente desordenados como el tráfico siguen reglas de sensibilidad extrema a las condiciones iniciales, un principio clave de la teoría del caos.

### Teoría de redes complejas

Es un campo interdisciplinario que estudia los sistemas compuestos por múltiples elementos interconectados y las relaciones entre ellos. Estas redes pueden encontrarse en fenómenos naturales, sociales, tecnológicos y biológicos, y se caracterizan por su estructura no trivial, como la presencia de nodos altamente conectados (hubs), comunidades o agrupaciones, y patrones que no se explican con facilidad por modelos simples.

Un ejemplo cotidiano de una red compleja es el sistema de redes sociales en línea, como Facebook o Instagram:

- **Nodos y conexiones.** Cada usuario es un nodo, y las amistades o seguidores representan las conexiones entre ellos.
- **Hubs.** Algunos usuarios, como celebridades o influenciadores, tienen un número demasiado elevado de conexiones, lo que les permite tener un gran impacto en la difusión de información.
- **Comunidades.** Los usuarios tienden a agruparse en comunidades basadas en intereses comunes, como grupos de amigos, familiares o colegas.
- **Propagación de información.** Una publicación viral puede extenderse con rapidez a través de la red, dependiendo de los patrones de conexión y las dinámicas de interacción.

Este ejemplo muestra cómo la teoría de redes complejas permite analizar y predecir comportamientos en sistemas donde las interacciones individuales conducen a propiedades emergentes en la red global.

## Teoría de la información y comunicación

La teoría de la información y comunicación es un marco conceptual desarrollado por Claude Shannon en 1948 en el artículo "A mathematical theory of communication" en "Bell Labs Technical Journal" para entender cómo se transmiten, procesan y almacenan datos en sistemas de comunicación. Esta teoría se centra en la cuantificación de la información, la eficiencia de los canales de comunicación y la reducción del ruido que pueda distorsionar los mensajes. Sus conceptos principales se visualizan en el siguiente esquema:



Para comprender esta teoría, imagina que una persona envía un mensaje de texto: "Nos vemos a las 5 p.m.". Observa con detalle el esquema.



La teoría de la información y comunicación no solo se aplica a sistemas tecnológicos como internet o telecomunicaciones, sino también a interacciones humanas, ayudando a entender cómo mejorar la precisión, claridad y eficiencia en el intercambio de datos e ideas.

## Teoría de juegos y sistemas adaptativos complejos

La teoría de juegos y los sistemas adaptativos complejos son dos marcos conceptuales que, al combinarse, permiten analizar cómo los individuos, considerados como agentes racionales, toman decisiones estratégicas en sistemas donde las interacciones mutuas y dinámicas adaptativas generan patrones emergentes.

La **teoría de juegos** estudia las decisiones estratégicas de agentes que buscan maximizar sus beneficios, considerando las posibles acciones de otros agentes. Los juegos pueden ser cooperativos (los agentes colaboran) o no cooperativos (los agentes compiten).

Un **sistema adaptativo complejo** está formado por múltiples componentes o agentes que interactúan entre sí y con su entorno. Estas interacciones generan adaptaciones continuas y propiedades emergentes difíciles de predecir.

## Glosario

### Waze

Es una app de navegación y tráfico, que funciona gracias a que los conductores se conectan entre sí y emiten su opinión para mejorar la navegación de autos privados, motocicletas y taxis.

Ahora es momento que analices lo siguiente:

Imagina un grupo de conductores en una ciudad que usa Waze para decidir qué ruta tomar y evitar el tráfico.

- **Teoría de juegos.** Cada conductor es un agente que quiere minimizar su tiempo de viaje. Si muchos eligen la misma ruta sugerida por la aplicación, esta ruta podría congestionarse, afectando el beneficio individual.
- **Sistemas adaptativos complejos.** Los conductores se adaptan de forma constante a la información actualizada (tráfico, accidentes, rutas alternativas) proporcionada por la aplicación. Las decisiones de cada conductor influyen en las opciones de los demás, generando un sistema dinámico donde el tráfico se redistribuye en tiempo real.

En este caso, las interacciones individuales entre conductores (agentes) y la red vial (sistema) generan patrones emergentes, como congestiones localizadas o flujos de tráfico equilibrados, que no son controlados de forma directa por un solo agente, sino que surgen de las decisiones colectivas adaptativas.

## Teoría de fractales

Es un área de las matemáticas que estudia las figuras y estructuras que tienen auto-similitud a diferentes escalas por lo cual se establece que un proceso simple que se repite infinitas veces y se convierte en un proceso complejo. Se puede ejemplificar esta teoría con la alfombra de Sierpinski la cual se construye a base de un cuadrado dividido en nueve cuadrados más pequeños y eliminando el cuadrado que queda al centro. Repitiendo este proceso indefinidamente en los cuadrados restantes haciendo que el cálculo del perímetro sea cada vez mayor y a su vez el área disminuya.

## Teoría de la criticalidad

Es una rama de la física y las matemáticas que estudia el comportamiento de sistemas complejos cerca de un punto crítico. Este punto hace referencia al momento en el que el sistema cambia de forma importante, por ejemplo cuando un cubo de hielo es sometido a temperatura alta y deja de ser sólido para convertirse en líquido o seguir calentando hasta volverlo gaseoso.

**E4**

## Práctica de aprendizaje



De los siguientes fenómenos que se presentan, define que tipo de teoría de las ciencias complejas se aplica para su estudio y escribe un breve argumento de por qué consideras a dicha teoría.

Fenómeno	Teoría	Argumento
<p>Dos cafeterías en el mismo barrio intentan atraer clientes ajustando sus precios y promociones.</p> 		
<p>Las ramas de un árbol se dividen en estructuras similares a diferentes escalas: desde el tronco hasta las ramitas más pequeñas.</p> 		
<p>Colapso de un castillo de arena.</p> 		
<p>El clima de una región cambia de manera constante debido a la interacción de diversos factores como la temperatura, presión, humedad y corrientes de aire.</p> 		

## Aplicación de las ciencias complejas a la salud

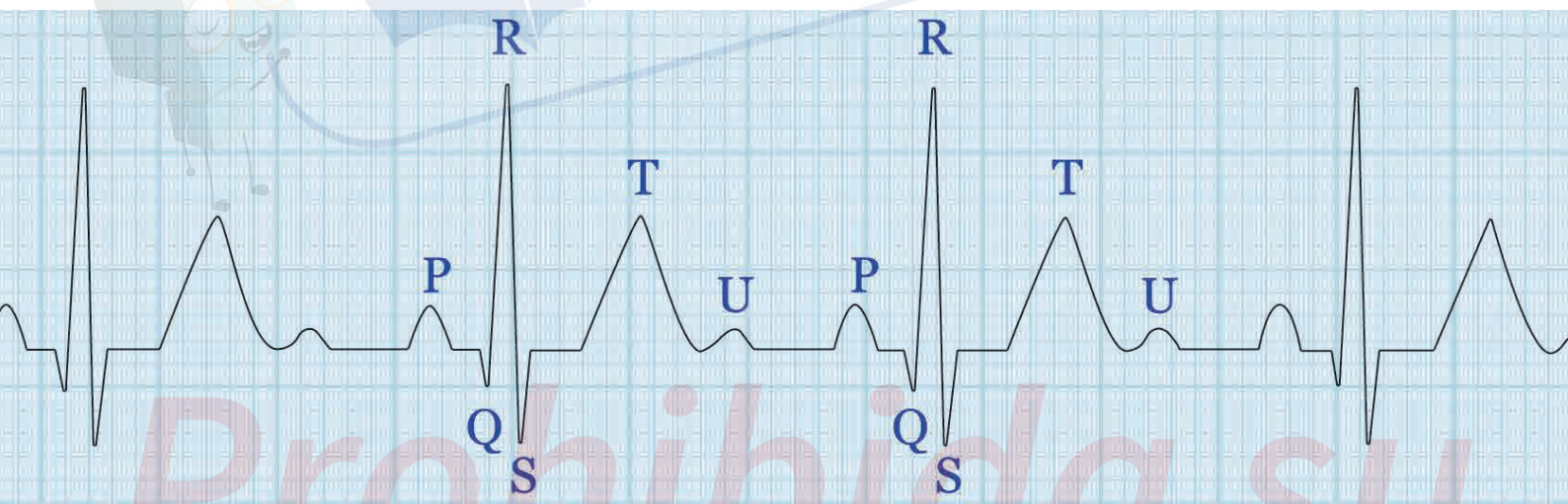
El cuerpo humano sin duda es uno de los sistemas complejos más evidentes en el área biológica pues en él se puede observar que existe una serie de componentes que interactúan entre sí de manera no lineal. La medicina ha podido apoyarse en las matemáticas para detectar enfermedades, por ejemplo las enfermedades cardiovasculares pueden ser detectadas por medio de un electrocardiograma (ECG) dado que la criticidad de las frecuencias obtenidas ayuda a evaluar el estado de salud cardiovascular.

Un ECG registra la actividad eléctrica del corazón gracias a la cual se pueden obtener datos como la frecuencia cardiaca, el ritmo y la forma de las ondas eléctricas de cada latido.

El número de latidos por minuto (lpm) llamado también frecuencia cardiaca podría indicar si existe alguna condición que sugiera un problema cardiovascular, si este es mayor a 100 bpm en reposo, sugiere arritmias, insuficiencia cardiaca o sobre carga del corazón y se llama taquicardia, mientras que por debajo de 60 lpm indica disfunción del nodo sinusal o de la conducción del corazón y es identificada como bradicardia.

Las ondas generadas en un ECG tienen diferentes formas y dependiendo de la frecuencia con que estas aparezcan, puede detectarse alguna afección. Estas ondas están compuestas por:

- **P (onda P).** Representa la despolarización de las aurículas.
- **QRS.** Refleja la despolarización de los ventrículos y tiene frecuencias más altas.
- **T (onda T).** Muestra la repolarización ventricular.
- **U (onda U).** Muestra la repolarización de los músculos papilares.



*Esquema que muestra los componentes de un electrocardiograma.*

Una vez analizada la forma de las ondas y la frecuencia con la que se presenta se pueden identificar ciertos padecimientos.

Como has leído la frecuencia cardiaca en un ECG es un dato crítico para determinar enfermedades cardiacas, pero ¿cómo se calcula la frecuencia cardiaca?

La frecuencia cardíaca en un electrocardiograma (ECG) se calcula observando la cantidad de tiempo que transcurre entre latidos, midiendo la distancia entre dos complejos **QRS** consecutivos, que representan los latidos del corazón. Ahora se analizan dos métodos para su cálculo.

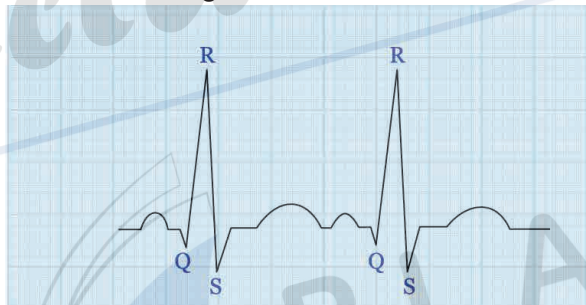
## Método de los cuadros grandes

- Cada **cuadro grande** (formado por 5 cuadros pequeños) equivale a **0.2 segundos**.

### Pasos:

1. Cuenta el número de cuadros grandes entre dos complejos QRS consecutivos.
2. Divide **300** por ese número.

**Ejemplo.** Observa el siguiente electrocardiograma:



Como se puede observar hay **3 cuadros grandes** entre dos QRS consecutivos, la frecuencia es:

Con esta frecuencia cardiaca en reposo, la persona tiene un frecuencia cardiaca normal aunque esta en límite superior.

## Método de los cuadros pequeños

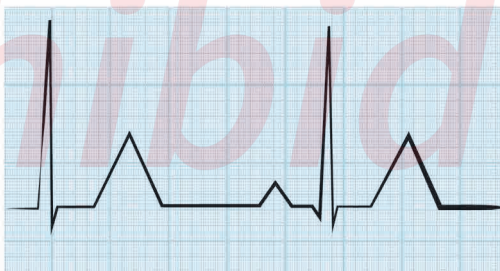
Este método es más preciso porque utiliza los cuadros pequeños.

- Cada cuadro pequeño equivale a **0.04 segundos**, y un minuto tiene **1500 cuadros pequeños**.

### Pasos:

1. Cuenta el número de cuadros pequeños entre dos complejos QRS consecutivos.
2. Divide **1500** por ese número.

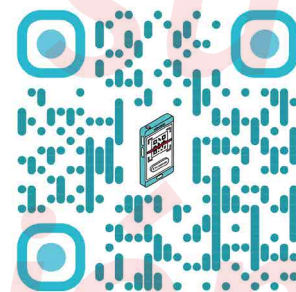
**Ejemplo.** Observa el siguiente electrocardiograma.



Hay **20 cuadros pequeños** entre dos QRS consecutivos, la frecuencia es:

$$\text{Frecuencia} = \frac{1500}{20} = 75 \text{ lpm.}$$

La persona con electrocardiograma de la imagen anterior presenta una frecuencia cardiaca normal, ya que el valor de 75 se encuentra entre el rango normal de 60 a 100 latidos por minuto.





E5



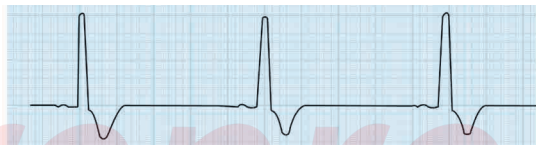
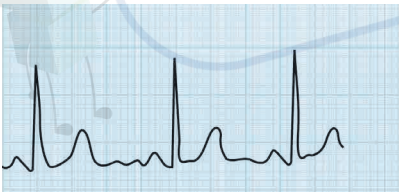
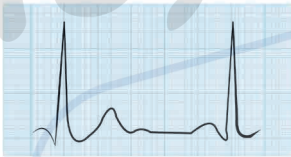
Cierre



## Práctica de aprendizaje



**Ejercicio 1.** Con ayuda del método de los cuadros grandes calcula la frecuencia cardiaca de las personas que se realizaron los siguientes electrocardiogramas y determina si es baja, normal o alta la frecuencia cardiaca.

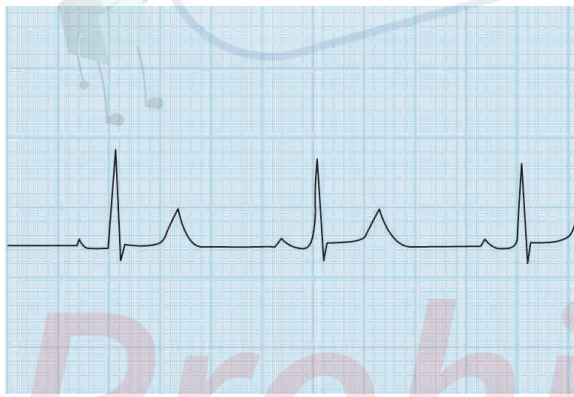
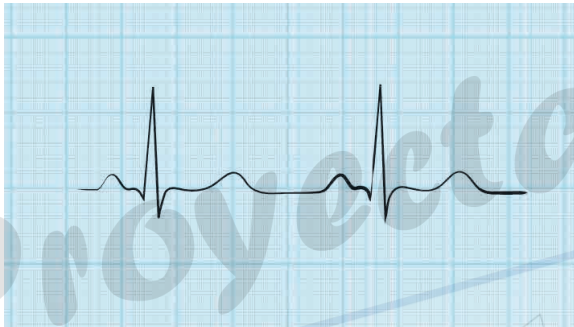


PLANEA  
Editorial

Prohibida su  
reproducción



**Ejercicio 2.** Con ayuda del método de los cuadros pequeños calcula la frecuencia cardiaca de las personas que se realizaron los siguientes electrocardiogramas y determina si es baja, normal o alta la frecuencia cardiaca.



PLANEA  
Editorial

Prohibida su  
reproducción





# Estudio independiente

Responde las siguientes preguntas.

1. ¿Qué caracteriza a las ciencias de la complejidad como paradigma de investigación?

---

---

---

---

2. ¿Qué significa “criticalidad” en el contexto de las ciencias de la complejidad?

---

---

---

---

3. ¿Cómo se relaciona el análisis de electrocardiogramas con las ciencias de la complejidad?

---

---

---

---

4. ¿Por qué se considera que el análisis de la variabilidad cardíaca puede acercarnos al concepto de fractalidad?

---

---

---

---



# Estudio independiente

5. ¿Qué herramientas puedes usar para explorar investigaciones sobre complejidad y fractalidad?

---



---



---



---

6. ¿Cómo puedes comunicar tus hallazgos sobre la complejidad en contextos de salud y fractalidad?

---



---



---



---

Crterios	Nivel Básico (3 pts.)	Nivel Intermedio (3 pts.)	Nivel Avanzado (3 pts.)
<b>1. Reconoce nociones básicas del paradigma de las ciencias de la complejidad en investigaciones recientes</b>	Identifico que se estudian sistemas complejos.	Describo conceptos como emergencia, autoorganización y criticalidad.	Explico con claridad las nociones fundamentales y su relevancia en investigaciones actuales.
<b>2. Relaciona investigaciones sobre electrocardiogramas y enfermedades cardiovasculares con nociones de complejidad</b>	Reconozco que se analizan frecuencias cardíacas.	Relaciono la variabilidad cardíaca con patrones complejos.	Interpreto la dinámica fractal y la criticalidad en estudios sobre salud cardiovascular.
<b>3. Utiliza herramientas divulgativas y tecnológicas para explorar, interpretar y comunicar hallazgos sobre complejidad y fractalidad</b>	Uso recursos básicos para buscar información.	Exploro artículos y herramientas digitales para comprender mejor.	Integro recursos tecnológicos y divulgativos para analizar y comunicar hallazgos interdisciplinarios.

reproducción



## Balances algebraico

Es un método matemático que consiste en asignar incógnitas a cada una de las moléculas de nuestra ecuación química. Se establecen ecuaciones en función de los átomos y, al despejar las incógnitas, se encuentran los coeficientes buscados.



- Se asigna una letra en orden alfabético a cada molécula:



- A continuación se enlistan los elementos que participan en la reacción y a su derecha el número de veces que se encuentra por molécula, si se encuentra más de una molécula por lado, se suman, cambiando la flecha por un signo igual.

$$\text{Ca} = a = c$$

$$\text{H} = 2b = 2c + 2d$$

$$\text{C} = 2a = d$$

$$\text{O} = b = 2c$$

- Se le asigna un valor arbitrario a alguna de las variables y se sustituye para obtener el resto de los valores ej. Si  $c = 1$

$$a = c \text{ entonces } a = 1$$

$$2(1) = 2d$$

$$d = \frac{2}{2} \text{ entonces } d = 1$$

$$2b = 2(1) + 2(1)$$

$$2b = 2 + 2$$

$$2b = 4$$

$$b = \frac{4}{2} \text{ entonces } b = 2$$

$$b = 2c$$

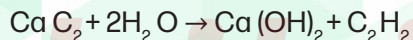
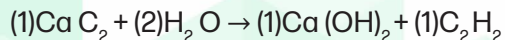
$$2 = 2(1)$$

$$2 = 2$$

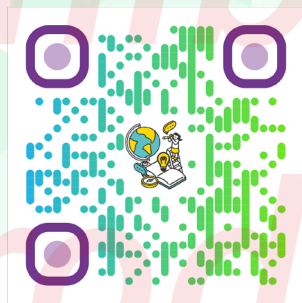
Por lo tanto:

$$a = 1 \quad b = 2 \quad c = 1 \quad d = 1$$

- Y ahora se reemplazan las literales por los valores obtenidos.



- Quedando balanceada así nuestra reacción:



*Paec*

# Fenómenos caóticos y no caóticos



## Apertura

Gracias al estudio del caos es posible comprender una serie de sistemas complejos que, aunque estén regidos por leyes deterministas debido a la sensibilidad de las condiciones iniciales pueden tener un cambio importante en su comportamiento.

Para entender los fenómenos caóticos y no caóticos es necesario ir hacia atrás en el tiempo, donde no había espacio para pensar en lo impredecible, en mecánica Pierre-Simón Laplace pensaba que de conocerse las condiciones iniciales de un sistema era posible pronosticar su comportamiento futuro, por su parte unos años más tarde para 1890 Henri Poincaré mediante el problema de los 3 cuerpos descubrió que los sistemas dinámicos no siempre siguen trayectorias predecibles.

Al hablar de la luna, la Tierra y el sol, si bien las dos primeras están mayormente bajo la influencia gravitacional del sol, no es posible dejar de lado que entre ellas también existe un complicando sistema, pues se pueden generar movimientos no calculados.



¿Podrías identificar de la siguiente lista cuál es un fenómeno caótico y un fenómeno no caótico?, explica el porqué de tu respuesta.

a) Clima. \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

b) Péndulo simple. \_\_\_\_\_

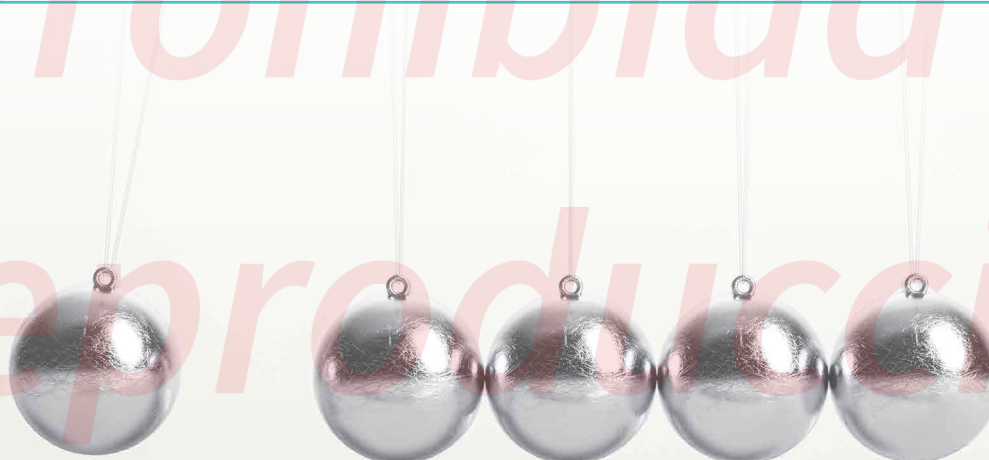
\_\_\_\_\_

c) Sistema de población. \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

d) Péndulo doble. \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



## E3 Desarrollo

### Diferencia entre un fenómeno caótico y no caótico

El comportamiento a largo plazo de un sistema es el que nos determinará si se trata de un fenómeno caótico o no caótico. Analiza sus principales diferencias, las cuales se encuentran resumidas en la siguiente tabla.

Características	Fenómeno caótico	Fenómeno no caótico
Sensibilidad a las condiciones iniciales.	Pequeñas variaciones pueden alterar el resultado con el tiempo.	Las condiciones iniciales se mantienen siempre, lo que lo hace predecible.
Comportamiento.	No periódico y no lineal.	Periódico.
Atractores o complejidad.	No siguen un patrón simple o periódico.	Puntos fijos o ciclos periódicos.

Por lo tanto, se puede decir que un fenómeno caótico es impredecible ya que presenta alta sensibilidad a la variación de las condiciones iniciales, mientras que el no caótico presenta un comportamiento periódico sin cambio en sus condiciones iniciales por lo que permite que se vuelva predecible.

Para comprender la diferencia entre los fenómenos caóticos y no caóticos, analiza los siguientes diagramas.





# Práctica de aprendizaje



Completa la siguiente tabla investigando en fuentes confiables de información los siguientes fenómenos y al final define si son caóticos o no caóticos.

Nombre del fenómeno

Características

Caótico  
No caótico

Movimiento de un proyectil

Clima atmosférico

Ciclo del agua

Dinámica del mercado bursátil

Corrientes oceánicas

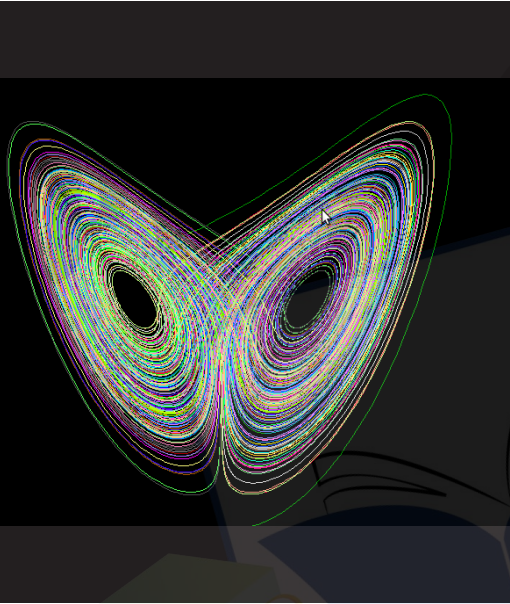
Órbita de los planetas

PLANEA Editorial

Prohibida su reproducción

## Aplicación de la teoría del caos

La teoría del caos ha revolucionado la forma en que se entienden los sistemas dinámicos complejos en diversas disciplinas, desde las ciencias exactas hasta las sociales. En los siguientes párrafos, se explora su aplicación en estas áreas con ejemplos específicos.



### Ciencias exactas

En las ciencias exactas, la teoría del caos es fundamental para comprender fenómenos meteorológicos. Según Lorenz (1963), pequeñas diferencias en las condiciones iniciales de un sistema atmosférico pueden llevar a comportamientos muy divergentes, lo que se conoce como el “efecto mariposa”. Este concepto explica por qué las predicciones meteorológicas a largo plazo son intrínsecamente inexactas.

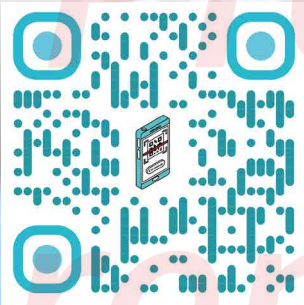
Imagina que estás de viaje y decides arrojar una piedrecita a un lago tranquilo. Las ondas que produce la piedrecita se van expandiendo, afectando a toda la superficie del lago. Ahora, piensa en la atmósfera de nuestro planeta como ese lago gigante, pero con muchas, muchas piedrecitas siendo lanzadas al mismo tiempo.

El “efecto mariposa” es un concepto que describe cómo una pequeña acción, como el aleteo de una mariposa en un lugar del mundo, puede causar grandes cambios en otro lugar. Por ejemplo, un aleteo en Brasil podría contribuir, de manera indirecta y con otros factores, a un tornado en Texas semanas después. Aunque esto suena un poco exagerado, lo que en realidad nos enseña es que en un sistema complejo como el clima, pequeñas variaciones pueden tener consecuencias muy grandes e inesperadas con el tiempo.

*Imagen que representa el “efecto mariposa” de Lorenz, un concepto en la teoría del caos que ilustra cómo pequeñas variaciones en las condiciones iniciales de un sistema dinámico puede llevar a grandes diferencias en el comportamiento a largo plazo.*

El meteorólogo Edward Lorenz descubrió este efecto mientras estudiaba modelos matemáticos del clima. En 1961, mientras corría simulaciones en su computadora, se dio cuenta de que pequeñas diferencias en los datos iniciales (tan pequeñas como redondear un número) podían llevar a resultados diferentes. Esto significaba que, aunque se intente predecir el clima con gran precisión, siempre habría un límite de exactitud debido a estas pequeñas variaciones.

Este descubrimiento cambió la forma en que se entienden los sistemas caóticos y complejos, mostrando que no siempre se puede predecir todo con certeza. En resumen, el “efecto mariposa” de Lorenz muestra que, en el mundo real, las pequeñas acciones pueden tener grandes y sorprendentes consecuencias.



## Ciencias naturales

En el ámbito de las ciencias naturales, la ecología es una rama donde la teoría del caos ha encontrado aplicaciones significativas. Hastings y Powell (1991) demostraron que modelos simples de depredador-presa pueden exhibir comportamiento caótico, lo que implica que poblaciones animales pueden sufrir fluctuaciones impredecibles debido a pequeñas variaciones en el entorno. Este conocimiento es determinante para la conservación de especies y la gestión de recursos naturales.

Para comprender este modelo es necesario adentrarse a un bosque donde viven conejos y zorros. Los conejos se reproducen rápidamente, lo que significa que si hay suficiente comida (como plantas), su población puede crecer mucho. Por otro lado, los zorros dependen de los conejos para alimentarse. Si hay muchos conejos, los zorros tienen mucha comida, y su población también crece. Ahora, vamos a ver cómo se relacionan estas dos poblaciones.

1. Cuando hay pocos zorros, los conejos tienen menos depredadores y su población aumenta porque tienen suficiente comida y menos amenazas.
2. Con más conejos disponibles como comida, los zorros tienen más para comer, lo que les permite sobrevivir mejor y reproducirse más. Por lo tanto, la población de zorros también comienza a aumentar.
3. A medida que la población de zorros aumenta, más conejos son cazados. Esto lleva a una disminución en la población de conejos porque hay muchos zorros cazándolos.
4. Cuando hay menos conejos disponibles para comer, los zorros empiezan a tener dificultades para encontrar suficiente comida. Esto significa que menos zorros sobreviven y su población comienza a disminuir.
5. Con menos zorros, los conejos tienen nuevamente menos depredadores y su población puede crecer otra vez, iniciando de nuevo el ciclo.

Este ciclo de aumento y disminución de las poblaciones de conejos y zorros se repite una y otra vez, y es un ejemplo clásico de cómo funcionan las relaciones depredador-presa en la naturaleza. La teoría del caos ayuda a entender que, aunque el modelo parece simple, puede tener comportamientos muy complejos e impredecibles al considerar más factores del entorno, como cambios en el clima o la introducción de nuevas especies.



*El ciclo depredador - presa es una de las aplicaciones de la teoría del caos a las Ciencias Naturales, cómo el sistema se hace más complejo de acuerdo a los cambios que existen en diversos factores cómo clima, disponibilidad de alimento, entre otros.*





## Ciencias sociales

Las ciencias sociales también se benefician de la teoría del caos, sobre todo en la economía. Por ejemplo, Hommes (2006) señala que los mercados financieros pueden mostrar dinámicas caóticas, donde precios y volúmenes de transacciones se ven afectados de manera impredecible por eventos aparentemente insignificantes. Esto tiene implicaciones importantes para la política económica y la regulación de mercados (Hommes, 2006).

Para comprender las dinámicas caóticas de los mercados financieros debes de imaginarlos como un gran mercado donde las personas compran y venden cosas, pero en lugar de frutas y verduras, se trata de acciones, bonos y otros tipos de inversiones. En este mercado, hay muchos participantes, como personas, empresas y gobiernos, que están constantemente comprando y vendiendo estos activos.

*Los mercados financieros son complejos y pueden ser muy impredecibles debido a las emociones humanas y las pequeñas variaciones que pueden tener grandes efectos. Hommes permiten entender que, aunque se intenta predecir el comportamiento del mercado, siempre habrá un grado de incertidumbre y caos.*

Ahora, Hommes dice que estos mercados pueden ser muy impredecibles y caóticos. Esto significa que pequeños cambios en el mercado pueden tener grandes efectos, al igual que el “efecto mariposa” que se abordó en párrafos anteriores. Por ejemplo, si una noticia positiva sobre una empresa hace que muchas personas quieran comprar sus acciones, el precio de esas acciones puede subir con rapidez. Pero si otra noticia negativa hace que las personas quieran vender esas acciones, el precio puede bajar de repente.

Hommes también menciona que los mercados financieros son influenciados por las emociones y decisiones de los participantes. Si todos están optimistas y confían en que el mercado subirá, pueden seguir comprando, lo que hace que los precios suban aún más. Pero si todos se ponen nerviosos y empiezan a vender, los precios pueden caer.

En la historia, la teoría del caos ayuda a explicar cómo pequeños eventos pueden tener consecuencias enormes y no lineales en el curso de los acontecimientos históricos. Por ejemplo, el asesinato del Archiduque Francisco Fernando en 1914, un evento relativamente aislado, desencadenó una serie de reacciones en cadena que llevaron a la Primera Guerra Mundial (Gleick, 1987). Este enfoque caótico nos permite ver la historia no como una serie de eventos predecibles y lineales, sino como una red interconectada de eventos que pueden tener impactos imprevistos y significativos.

En sociología, la teoría del caos se utiliza para entender cómo pequeños cambios en una sociedad pueden llevar a grandes transformaciones sociales. Un ejemplo de esto es el estudio de movimientos sociales y protestas. Según Byrne (1998), la teoría del caos puede explicar cómo un pequeño grupo de individuos descontentos puede desencadenar movimientos masivos de cambio social, como se vio en la Primavera Árabe. Este enfoque resalta la importancia de las condiciones iniciales y las interacciones complejas entre individuos y grupos en la formación de estructuras sociales.

## Humanidades

La teoría del caos, desarrollada en el campo de las ciencias exactas y naturales, también ha encontrado aplicaciones significativas en las humanidades. Esta teoría explora cómo los sistemas dinámicos que son en extremo sensibles a las condiciones iniciales pueden llevar a comportamientos aparentemente aleatorios y desordenados. Esto se traduce en una nueva forma de comprender fenómenos complejos en las humanidades.

En la filosofía, la teoría del caos puede ayudar a entender la imprevisibilidad y la complejidad de la existencia humana y las decisiones. Un buen ejemplo de esto es el concepto del “determinismo” versus “indeterminismo”. El determinismo sostiene que todos los eventos están causados por eventos anteriores de una manera predecible y ordenada. Sin embargo, la teoría del caos sugiere que incluso sistemas deterministas pueden mostrar un comportamiento impredecible debido a su sensibilidad a las condiciones iniciales. Esto cuestiona la idea de que el destino humano está predeterminado.

Por ejemplo, el filósofo Michel Foucault argumentó que los eventos históricos no son resultado de una serie lineal de causas y efectos, sino que están sujetos a fluctuaciones y cambios abruptos e impredecibles. La teoría del caos apoya esta visión, al mostrar que las pequeñas acciones individuales pueden tener un gran impacto en la historia y la cultura de una manera no lineal y caótica (Foucault, 1972).

En la literatura, la teoría del caos se puede aplicar al análisis de tramas y personajes. Por ejemplo, en la novela “Cien años de soledad” de Gabriel García Márquez, la estructura narrativa refleja la naturaleza caótica de la historia de la familia Buendía. Las decisiones y acciones de los personajes, aunque parecen insignificantes en el momento, tienen repercusiones a lo largo de generaciones, lo que crea una trama compleja e impredecible (Johnson, 1997).

En el campo de la ética, la teoría del caos puede aplicarse al análisis de las consecuencias de nuestras acciones. El utilitarismo es una teoría ética que sostiene que una acción es moralmente correcta si maximiza el bienestar general. Sin embargo, la teoría del caos sugiere que las consecuencias de nuestras acciones pueden ser impredecibles y caóticas, lo que dificulta la evaluación precisa del impacto total de una acción.

Por ejemplo, en decisiones éticas complejas como la intervención humanitaria, la teoría del caos enseña que incluso intervenciones bien intencionadas pueden tener consecuencias inesperadas y potencialmente desastrosas a largo plazo. Esto implica que se debe ser cautelosos y considerar la incertidumbre y la complejidad de los sistemas sociales al tomar decisiones éticas (Byrne, 1998).

La teoría del caos proporciona una lente valiosa para estudiar y comprender la complejidad de los sistemas en diversas disciplinas. Desde la meteorología hasta la ética, esta teoría permite apreciar cómo pequeñas diferencias pueden llevar a resultados radicalmente distintos, desafiando la predictibilidad y el control tradicional de los sistemas complejos.



*La imagen representa la tensión entre el determinismo y la teoría del caos. La figura central sostiene una balanza, simbolizando el equilibrio y la justicia, conceptos clave en el determinismo que sugiere que todos los eventos están predeterminados por causas anteriores. Los patrones abstractos y los planetas en el fondo aluden a la teoría del caos, que sostiene que los sistemas en apariencia aleatorios pueden estar gobernados por leyes subyacentes. Esta representación visualiza cómo el orden y el caos pueden coexistir en el universo, mostrando la complejidad y la interrelación de ambos conceptos.*



*¿Es moral sacrificar a uno para salvar a muchos? La decisión de intervenir, representada por el dilema del tranvía, puede tener consecuencias impredecibles y caóticas. Esta imagen ilustra el complejo debate ético y las posibles repercusiones imprevistas de nuestras acciones.*





# Cierre Práctica de aprendizaje



Crea un cuadro sinóptico de las aplicaciones de la teoría del caos en las diferentes áreas del conocimiento.

Proyecta tu futuro

PLANEA Editorial



Para evaluarlo revisa la siguiente lista de cotejo.

Indicador	Cumple	No cumple
La información se estructura de lo general a lo particular, partiendo del título.		
La información se organiza de izquierda a derecha.		
La información se estructura de forma jerárquica (con divisiones y subdivisiones).		
La información se desglosa a través de llaves.		
Se incluye toda la información pertinente y necesaria para estudiar el tema.		
Se incluyen conceptos breves que muestran la descripción del tema.		
La información presenta una estructura clara y hace posible interpretar con facilidad el contenido.		
Se utilizan elementos de diseño para crear un impacto visual atractivo.		
El trabajo no presenta faltas de ortografía.		
El trabajo se entregó en tiempo y forma.		



# Estudio independiente

Responde las siguientes preguntas.

1. ¿Qué diferencia hay entre un fenómeno caótico y uno no caótico?

---

---

---

---

---

2. ¿Qué significa que un sistema sea sensible a las condiciones iniciales?

---

---

---

---

---

3. ¿Qué diferencias observas entre el comportamiento de un péndulo simple y un péndulo doble?

---

---

---

---

---

4. ¿Cómo puedes usar software para analizar la caída libre y la caída sobre superficies irregulares?

---

---

---

---

---

5. ¿Por qué es importante entender la diferencia entre sistemas caóticos y no caóticos en la ciencia?

---

---

---

---

---



# Estudio independiente

6. ¿Cómo puedes explicar a otros lo que aprendiste sobre caos y predictibilidad?

---

---

---

---

---

Criterios	Nivel Básico (3 pts.)	Nivel Intermedio (3 pts.)	Nivel Avanzado (3 pts.)
<b>1. Distingue entre fenómenos caóticos y no caóticos a partir de sus características principales</b>	Reconozco que hay fenómenos más desordenados que otros.	Describo diferencias en predictibilidad y estabilidad.	Explico con precisión la sensibilidad a condiciones iniciales y la naturaleza determinista o caótica de los sistemas.
<b>2. Compara fenómenos físicos caóticos y no caóticos mediante observación directa o simulaciones</b>	Observo diferencias generales entre movimientos.	Comparo trayectorias y comportamientos usando simulaciones.	Analizo y explico diferencias profundas entre sistemas caóticos y no caóticos con apoyo tecnológico.
<b>3. Interpreta y comunica las implicaciones de la predictibilidad y el caos en fenómenos físicos</b>	Menciono que algunos sistemas se pueden predecir.	Explico con ejemplos la importancia de distinguir entre caos y orden.	Comunico con claridad y profundidad las implicaciones científicas del caos y la predictibilidad en distintos contextos.

*Prohibida su reproducción*

# Funciones lineales y no lineales



## Apertura

Las funciones lineales y no lineales son herramientas matemáticas que permiten representar y de esa manera comprender fenómenos en distintas áreas del conocimiento

¿Sabes que herramienta ayuda a calcular la hora de llegada del metro de una estación a otra? Claro, se trata de una función lineal en donde la velocidad es constante en determinada distancia. Sin embargo, la medicina se apoya en las funciones no lineales para tener un modelo por ejemplo del crecimiento de un tumor en el cual intervienen distintos factores que pueden aparecer de forma aleatoria durante la enfermedad.



## Desarrollo

### Funciones lineales

Las funciones lineales son funciones representadas por ecuaciones de primer grado y siempre tienen una tasa de cambio constante, es decir, los datos aumentan o disminuyen de manera sistemática o secuencial por lo que al graficarla en un plano cartesiano, estas generan una línea recta (sin curvatura). Su forma general es:

$$f(x) = mx + b$$

#### Donde:

- **$m$**  es la **pendiente** de la recta, que indica la inclinación o la tasa de cambio de la función. Representa cuántas unidades cambia el valor de  $f(x)$  cuando  $x$  cambia en una unidad.
- **$b$**  es la **intersección con el eje Y** (también llamado ordenada al origen). Es el valor de  $f(x)$  cuando  $x = 0$ .

Si  $m$  es positiva la recta sube de izquierda a derecha, si  $m$  es negativa baja de izquierda a derecha, pero cuando  $m = 0$  la recta es horizontal.

Las funciones lineales tienen tres propiedades:

- 1. Proporcionalidad.** Si  $x$  cambia de manera constante,  $f(x)$  también cambia de manera constante.
- 2. Suma y resta.** La suma o resta de dos funciones lineales da como resultado otra función lineal.
- 3. Multiplicación por una constante.** Al multiplicar una función por una constante el resultado será otra función con la pendiente modificada.

Por ejemplo, en la medicina las funciones lineales nos ayudan a calcular la dosis de medicamento que requiere un paciente según su peso.

Para este caso, se supone que en la administración de ibuprofeno se emplean 5 mL para una persona de 30 kg aumenta a una razón de 0.2 mL/kg después de la masa inicial. Para una persona que pesa 65 kg, ¿cuál sería la dosis correcta?

El primer paso es establecer la ecuación lineal:

$$f(x) = mx + b$$

$$f(x) = 0.2x + 5$$

El siguiente paso es obtener la diferencia de la masa de la persona menos la masa inicial.

$$x = 65\text{kg} - 30\text{kg} = 35\text{ kg}$$

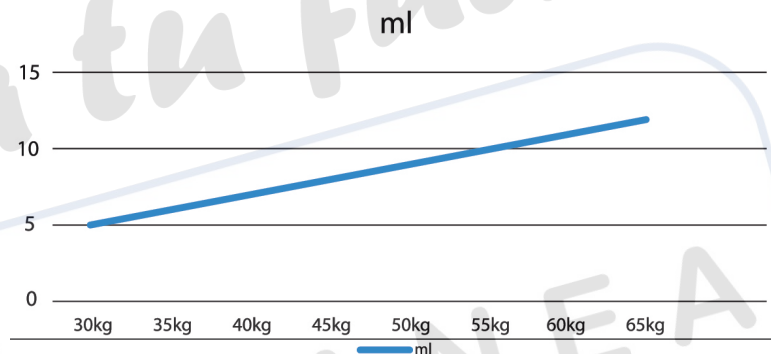
Se sustituye el valor de x en la función lineal y se obtiene el resultado.

$$f(35) = 0.2(35) + 5$$

$$x = 7 + 5$$

$$x = 12$$

La dosis recomendada para una persona de 65 kg es de 12 mL. Su gráfica es:



## Práctica de aprendizaje



Resuelve los siguientes planteamientos de funciones lineales y realiza la gráfica correspondiente.

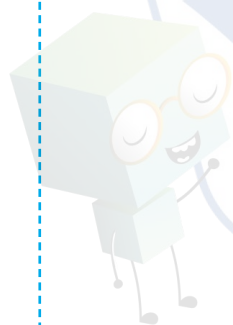
1. Un coche se mueve a una velocidad constante de 60 km/h. ¿Cuál es la distancia que recorrerá después de 3.5 horas?, escribe la función lineal que relaciona la distancia recorrida (d) con el tiempo (t) en horas y grafica la función.

Prohibida su reproducción

2. Un trabajador cobra un salario fijo mensual de 2 000 pesos más una comisión de 100 pesos por cada producto vendido. ¿Cuál es su salario si vende en el mes 45 productos?, escribe la función lineal que relaciona el salario mensual total (S) con la cantidad de productos vendidos (P) y grafica la función.

Proyecta tu futuro

PLANEA  
Editorial



Prohibida su  
reproducción



3. Se espera que la población de una ciudad del país crezca de manera lineal a una tasa de 5 000 personas por año. La población actual es de 50 000 personas. ¿Cuál será su población después de un lustro?, escribe la función lineal que relaciona la población (P) con el tiempo (t) en años y grafica la función.

Proyecta tu futuro

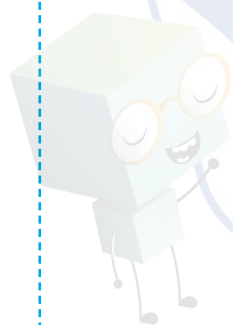
PLANEA  
Editorial

Prohibida su  
reproducción

4. La temperatura de un objeto caliente disminuye de forma lineal con el tiempo a una tasa de 2 grados Celsius por minuto. La temperatura inicial del objeto es de 80 grados Celsius. ¿Cuál es su temperatura después de 7 minutos?, escribe la función lineal que relaciona la temperatura (T) con el tiempo (t) en minutos y grafica la función.

Proyecta tu futuro

PLANEA  
Editorial



Prohibida su  
reproducción

## Funciones no lineales

Son funciones matemáticas en las que la relación entre la variable independiente ( $x$ ) y la variable dependiente  $f(x)$  no sigue una proporción constante por lo que su representación en el plano cartesiano no es una recta, puede tratarse de una parábola, de una hipérbola, curvas o quebradas. A diferencia de las lineales, estas no tienen un exponente de primer grado si no superior, pueden también ser logarítmicas, trigonométricas, exponenciales, racionales o de potencias fraccionarias.

En la siguiente tabla se muestran ejemplos de funciones no lineales:

Funciones polinómicas	La variable independiente $x$ aparece elevada a una potencia mayor que 1	$f(x) = x^2 + 3x + 1$ $f(x) = x^3 - 10x + 9$
Funciones exponenciales	Son aquellas en las que la variable independiente aparece como un exponente en una base fija.	$f(x) = e^x$
Funciones logarítmicas	Son las inversas de las funciones exponenciales y también son no lineales.	$f(x) = \ln x$ $f(x) = \log(x)$
Funciones trigonométricas	Como el seno, coseno, tangente, etcétera, son funciones periódicas no lineales.	$f(x) = \sin x$ $f(x) = \cos(x)$
Funciones racionales:	Son aquellas que involucran fracciones donde el numerador o el denominador es una expresión polinómica.	$f(x) = 1/x$ $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 2}$
Funciones de potencias fraccionarias o irracionales	Son funciones donde la variable independiente está elevada a una fracción.	$f(x) = x^{1/2}$ (raíz cuadrada de $x$ ) $f(x) = x^{3/4}$

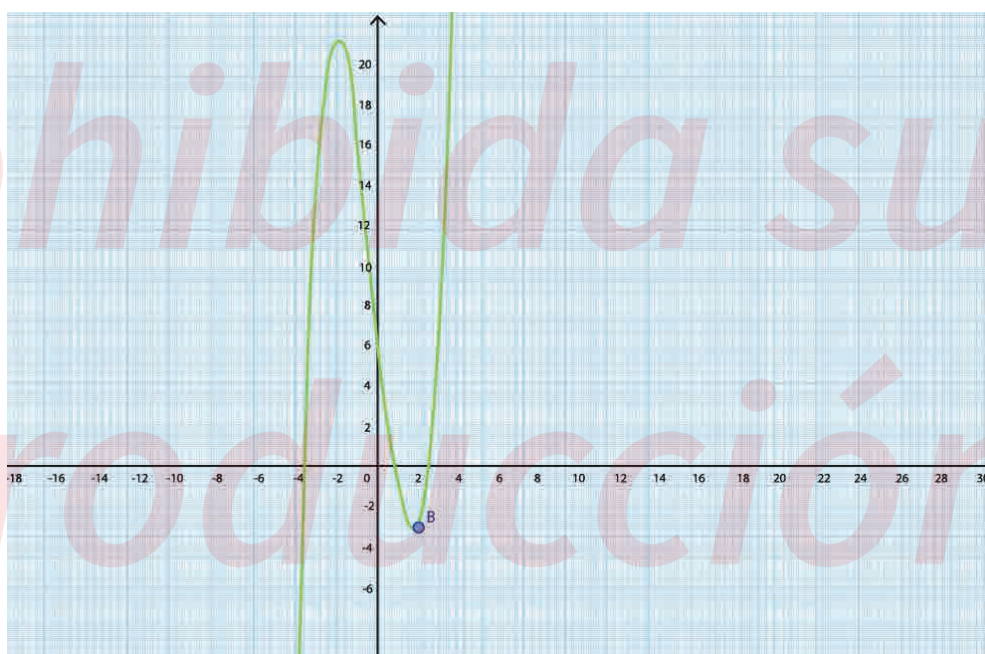
### Funciones polinómicas:

su grado está determinado por el exponente más alto en la ecuación y se evalúan dando un valor determinado a  $x$  y sustituyéndolo en la expresión. Involucra sumas, restas, multiplicaciones y potencias.

#### Ejemplo:

$$f(x) = x^3 - 10x + 9 \text{ en } x = 2$$

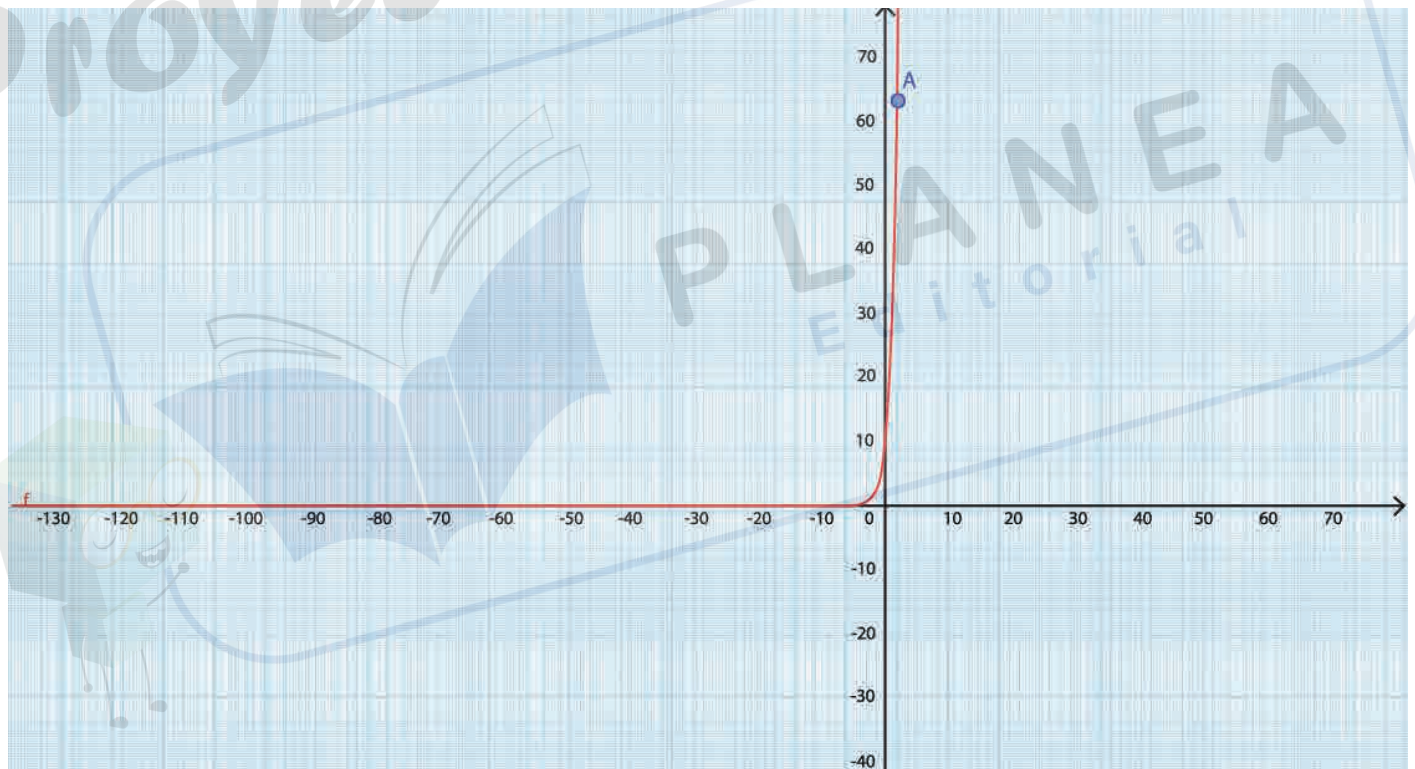
$$f(2) = 2^3 - 10(2) + 9 = 8 - 20 + 9 = -3$$



**Funciones exponenciales:** representa la relación entre una entrada y una salida, su forma genérica es  $f(x) = a \cdot b^x$ , donde  $a$  es un número positivo distinto de 1 y  $x$  es la variable independiente; si  $x$  aumenta la función crecerá, pero si disminuye la función decrecerá, sin embargo, nunca será igual a cero o un valor negativo. Se llama función exponencial natural cuando  $b = e$  donde  $e$  corresponde al número de Euler = 2.71828 aproximadamente. Recuerda que cualquier número elevado a la potencia 0 es igual a 1 por lo tanto, si  $x = 0$ , el cruce con el eje y siempre tomará el valor de  $a$ . **Ejemplo:**

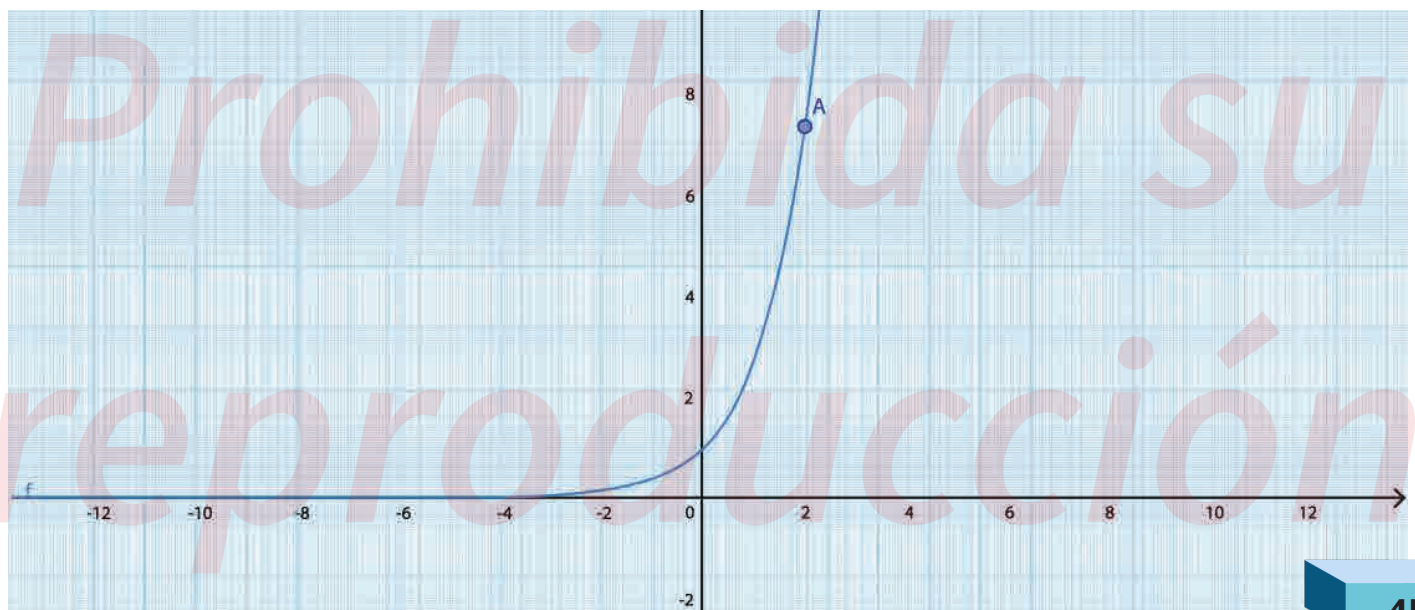
$$f(x) = 7 \cdot 3^x, \text{ donde } x = 2$$

$$f(2) = 7 \cdot 3^2 = 7 \cdot 9 = 63$$

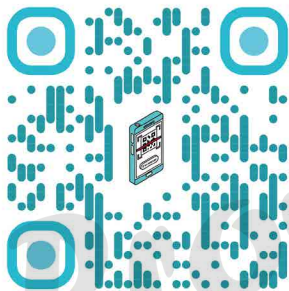


$$f(x) = e^x, \text{ donde } x = 2$$

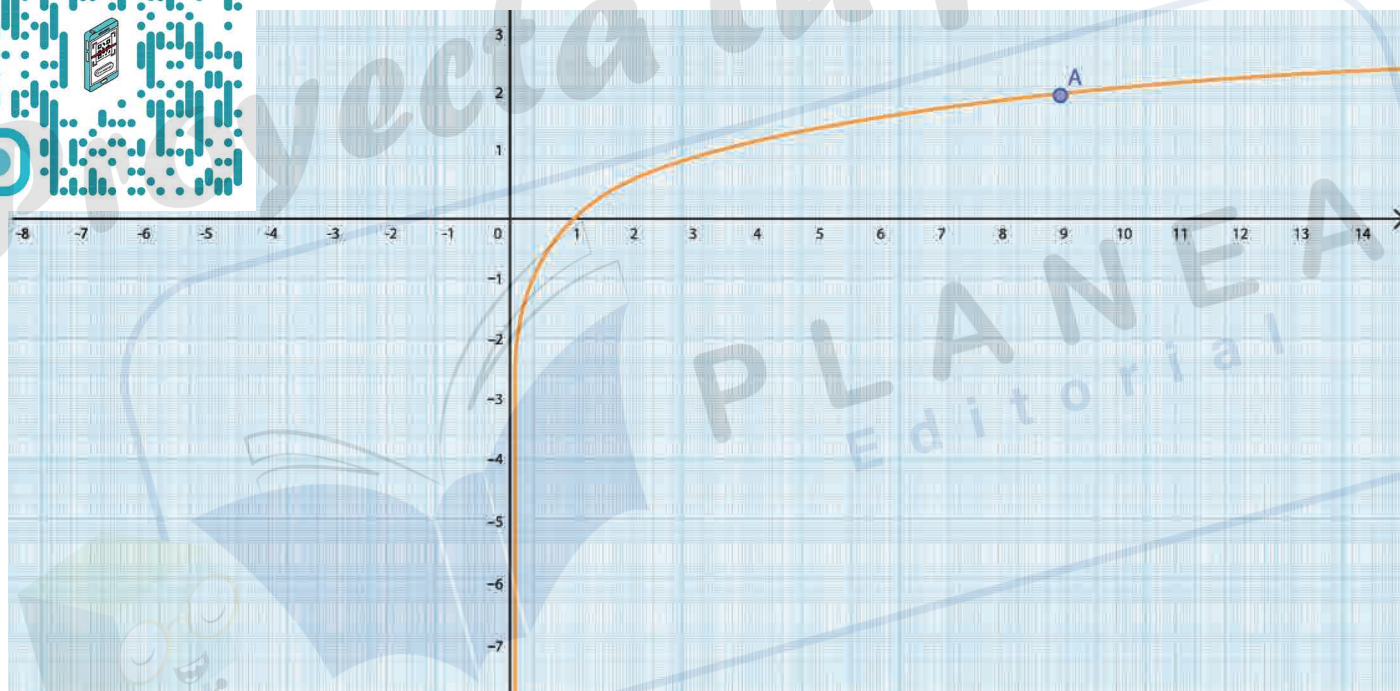
$$f(2) = e^2 = 2.71828^2 = 7.38904$$



**Funciones logarítmicas:** son las funciones inversas a las exponenciales por lo general en la forma  $f(x) = \log_a(x)$  en donde  $x$  siempre será mayor a 0 y  $a$  es mayor a 0 pero distinto a 1, en este caso si  $a$  es mayor a 1 la función es creciente, pero si  $a$  es menor a 1 pero mayor a 0, la función es decreciente. **Ejemplo:**



$$f(x) = \log_3(x) \text{ para } x = 9$$
$$f(9) = \log_3(9) = 2, \text{ ya que } 3^2 = 9.$$

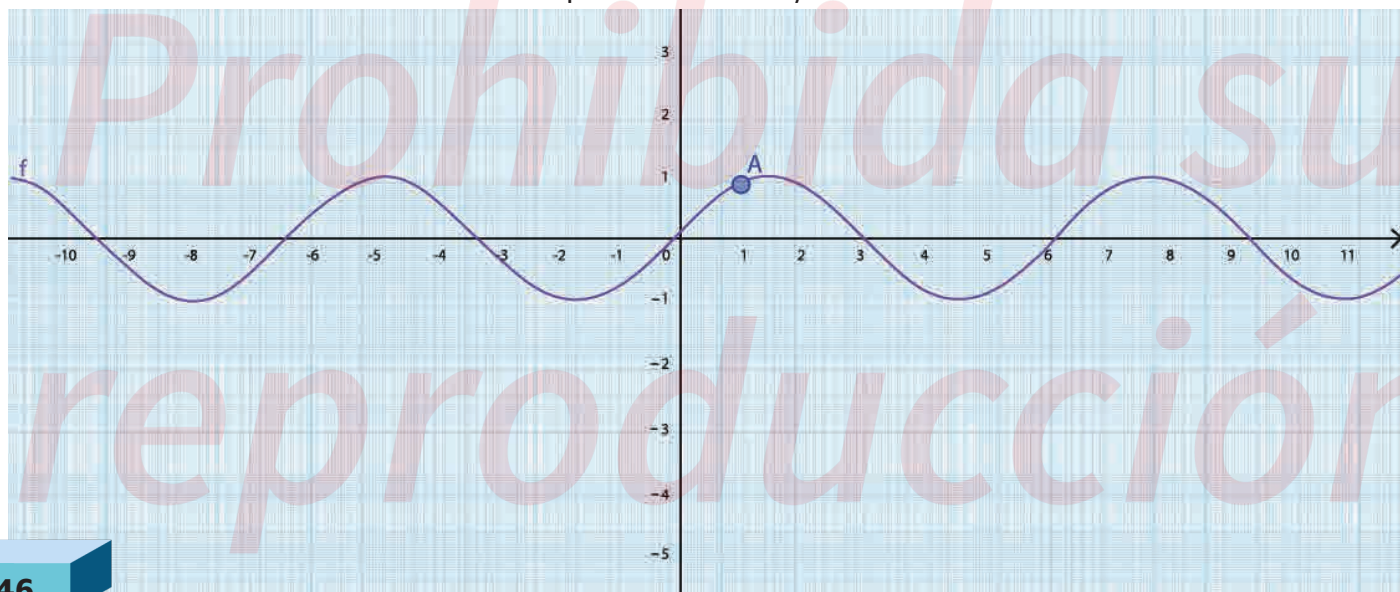


**Funciones trigonométricas:** son funciones relacionadas con los ángulos de un triángulo y las longitudes de sus lados. Son fundamentales en el estudio de fenómenos periódicos y oscilatorios. Las principales funciones trigonométricas son el seno el coseno y la tangente. **Ejemplo:**

**Función seno:**

$$f(x) = \sin(x), \text{ si } x = 60^\circ$$
$$f(60^\circ) = 0.8660$$

Esta función describe una onda sinusoidal que oscila entre -1 y 1.

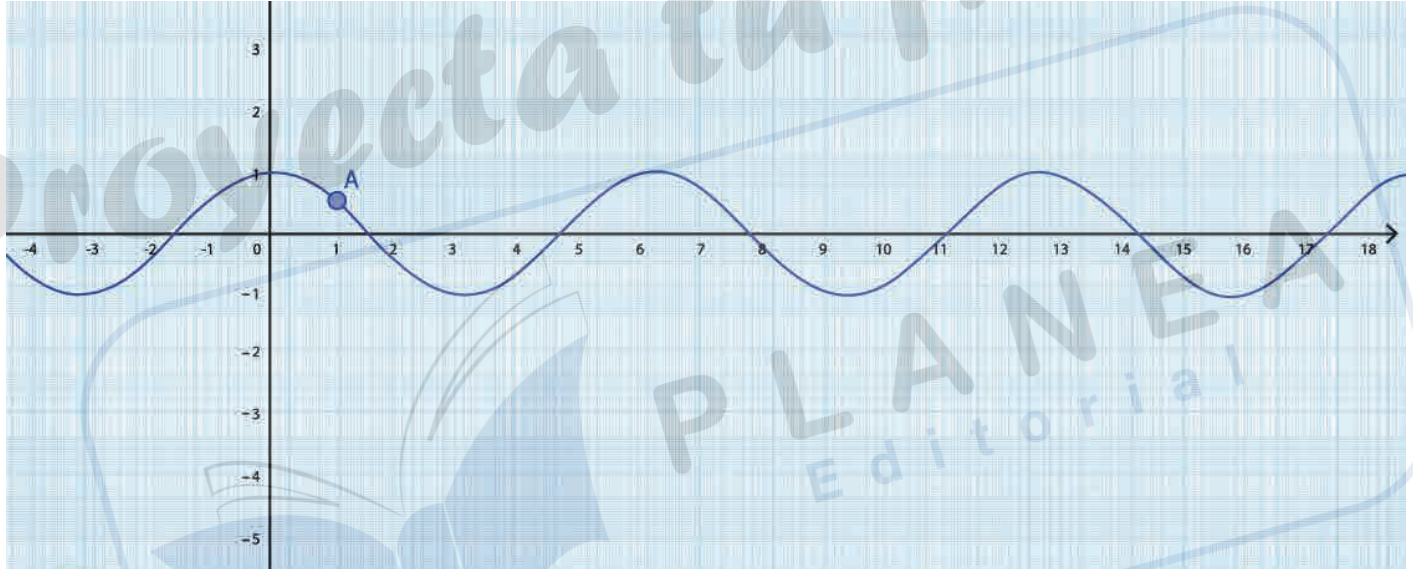


**Función coseno:**

$$f(x) = \cos(x), \text{ si } x = 60^\circ$$

$$f(60^\circ) = \cos 60^\circ = 0.5$$

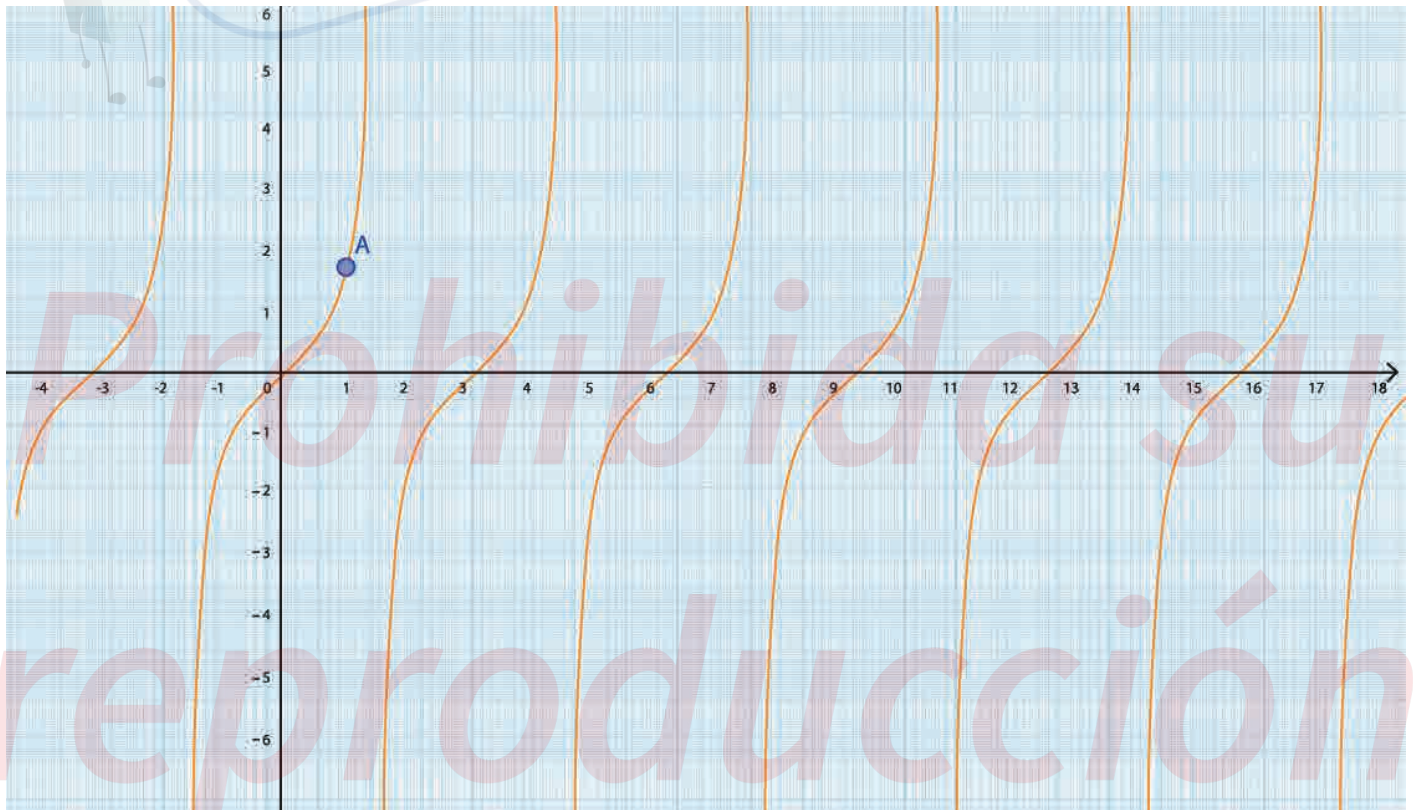
Similar a la función seno, pero desplazada en fase.

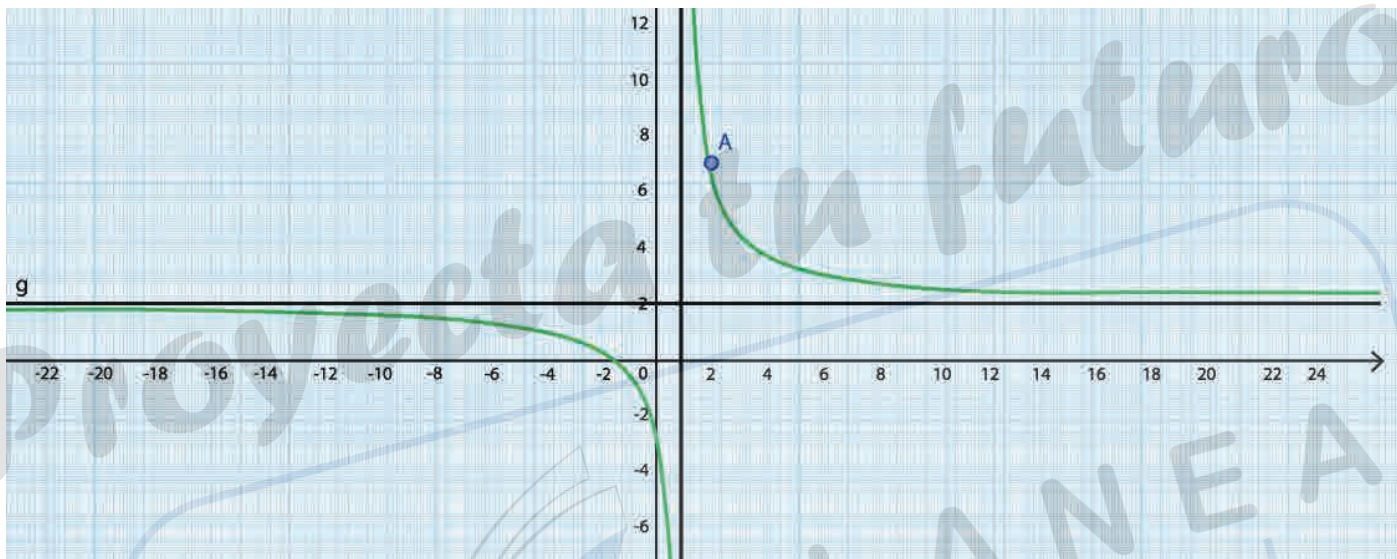
**Función tangente:**

$$f(x) = \tan(x), \text{ para } x = 60^\circ$$

$$f(60^\circ) = 1.732$$

Esta función tiene puntos de discontinuidad donde el coseno es cero.





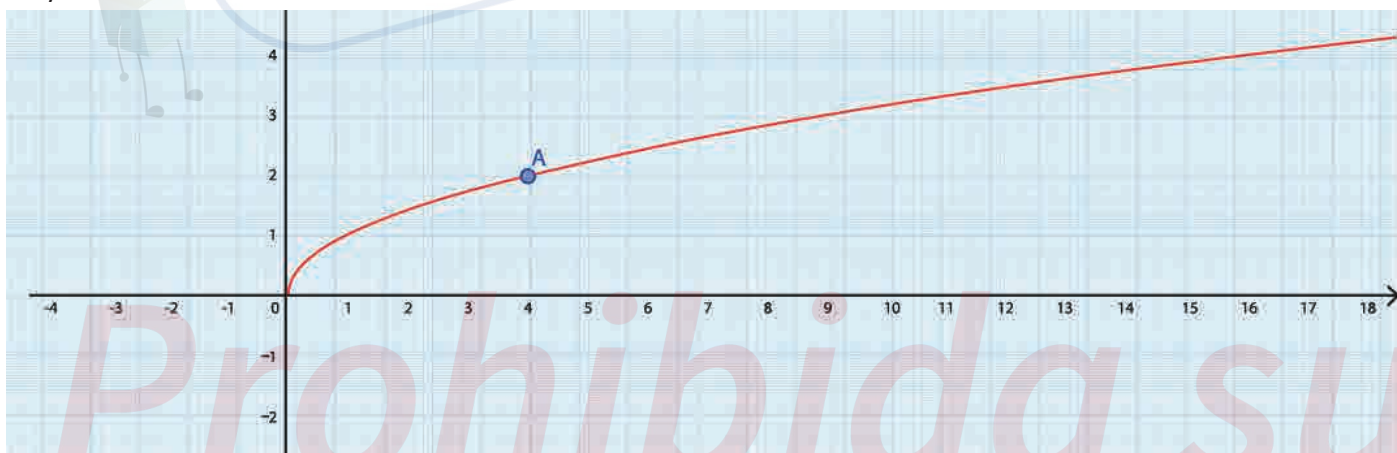
**Funciones racionales:** son cocientes de polinomios. Tienen la forma  $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$  donde son polinomios, y no debe ser igual a cero.

**Ejemplo:**

$$f(x) = \frac{2x + 3}{x - 1}, \text{ si } x = 2$$

$$f(2) = \frac{2(2) + 3}{2 - 1} = \frac{7}{1} = 7$$

Esta función tiene una asíntota vertical en  $x = 1$  porque  $Q(x)$  se hace cero en ese punto, y una asíntota horizontal en  $y = 2$  cuando  $x$  tiende a infinito.



**Funciones con exponentes fraccionarios o irracionales:** son funciones donde el exponente es una fracción, lo que a menudo implica raíces. Estas funciones se escriben en la forma  $f(x) = x^{\frac{m}{n}}$ , donde  $m$  y  $n$  son enteros.

**Ejemplo:**

$$f(x) = x^{\frac{1}{2}} \text{ o } f(x) = \sqrt{x}, \text{ para } x = 4$$

$$f(4) = 4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = 2$$

Esta función es la raíz cuadrada de  $x$  y está definida para  $x \geq 0$ .

## Conjetura de Collatz

En 1937 el matemático alemán Lothar Collatz propuso un problema que hasta nuestros días se considera no resuelto a pesar de no haberse encontrado algún número que no sea ejemplo de esta secuencia de pasos, la cual dice que:

“si tomamos cualquier número entero positivo y aplicamos una secuencia de pasos específicos, eventualmente llegaremos al número 1”.

La secuencia se aplica de la siguiente manera:

- Si el número es par, se divide entre 2.
- Si el número es impar se multiplica por 3 y se le suma 1.

De ahí que también se le conozca como el problema de  $3n+1$ , esta secuencia se repite las veces necesarias hasta llegar a 1, cuando se vuelve cíclica resultando siempre 1.

Por ejemplo:

El número 10

10 es par entonces hacemos  $10/2=5$

5 es impar, entonces  $3(5)+1=16$

16 es par, entonces  $16/2=8$

8 es par, entonces  $8/2=4$

4 es par, entonces  $4/2=2$

2 es par, entonces  $2/2=1$  comprobando de esta manera la conjetura de Collatz.



reproducción



E4



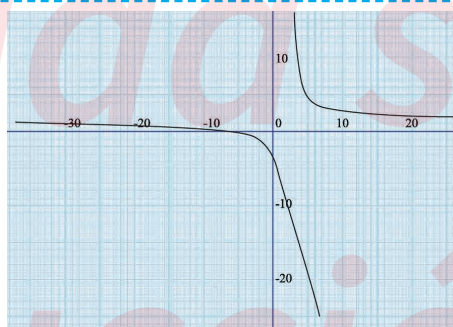
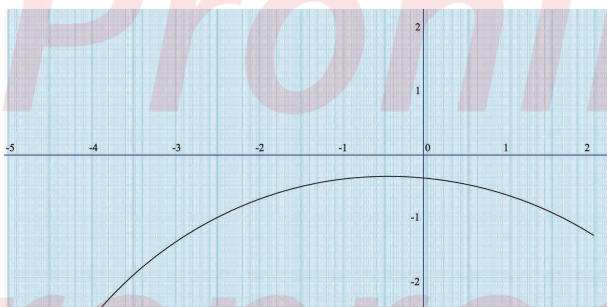
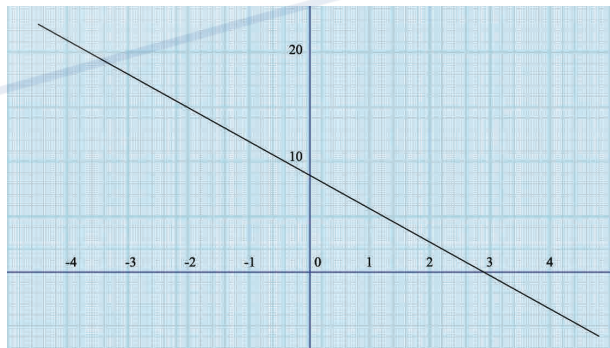
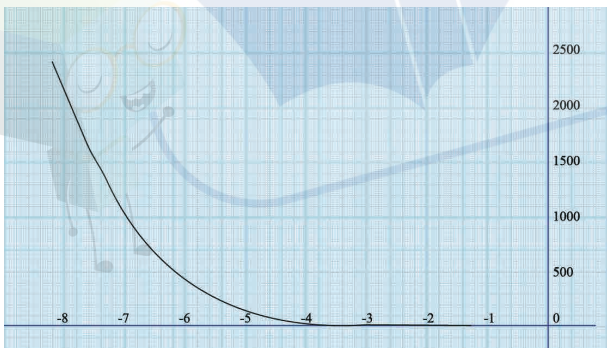
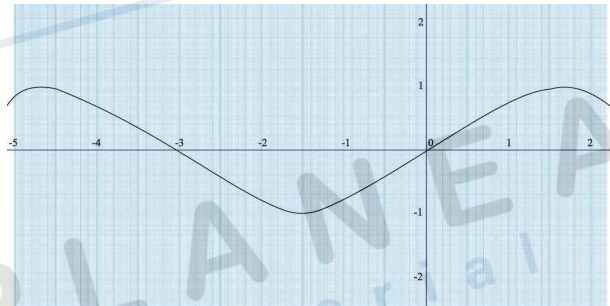
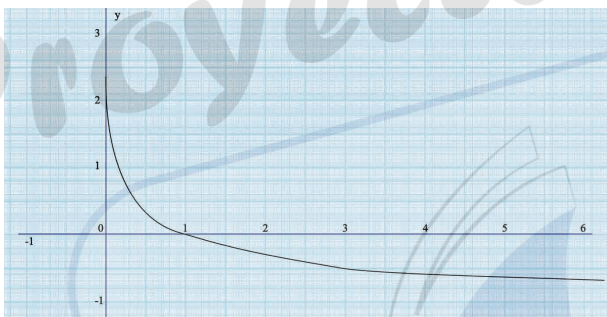
Cierre



Práctica de aprendizaje



Ejercicio 1. De acuerdo con la gráfica clasifica las funciones.



E5

Ejercicio 2. Aplica la conjetura de Collatz a los siguientes números:

18

24

Proyecta tu futuro



227

1

Prohibida su reproducción

1. ¿Notaste algo cuando aplicaste la secuencia al número 1?

---

---



# Estudio independiente

Responde las siguientes preguntas.

1. ¿Qué diferencia hay entre una función lineal y una no lineal en la modelación de poblaciones?

---

---

---

---

---

2. ¿Cómo puedes usar una función para representar la evolución de una población en el tiempo?

---

---

---

---

---

3. ¿Qué significa que una función tenga órbita y periodo en un sistema dinámico?

---

---

---

---

---

4. ¿Cómo puedes saber si un sistema dinámico muestra comportamiento caótico?

---

---

---

---

---



# Estudio independiente

5. ¿Qué plantea la conjetura de Collatz y por qué es interesante?

---

---

---

---

6. ¿Cómo puede ayudarte la computación a explorar la conjetura de Collatz o sistemas similares?

---

---

---

---

Criterios	Nivel Básico (3 pts.)	Nivel Intermedio (3 pts.)	Nivel Avanzado (3 pts.)
<b>1. Reconoce y aplica funciones lineales y no lineales en la modelación de fenómenos como la dinámica de poblaciones</b>	Identifico funciones básicas y su crecimiento.	Aplico funciones para representar cambios en poblaciones.	Modelo fenómenos reales con funciones ajustadas, interpreta parámetros y analiza resultados.
<b>2. Interpreta conceptos como órbita, periodo y comportamiento caótico en sistemas dinámicos discretos</b>	Reconozco que los valores se repiten o cambian.	Describo trayectorias y ciclos en sistemas iterativos.	Analizo órbitas, detecta periodos y distingue comportamiento caótico con precisión.
<b>3. Explora la conjetura de Collatz como ejemplo de matemática viva y uso de computación en sistemas dinámicos</b>	Reconozco la regla de la conjetura.	Uso tecnología para explorar secuencias y patrones.	Reflexiono sobre el papel de la computación en la investigación matemática y analizo sistemas complejos con herramientas digitales.

reproducción



# Práctica socioemocional

## Elaboremos un plan de trabajo colectivo

“...el bien público es también nuestro propio bien”.

Mahatma Gandhi.

Cada proyecto tiene sus propios aspectos, pero hay elementos que todos comparten y que, además, favorecen la convivencia y el desempeño escolar. En el trabajo colaborativo se debe buscar estrategias que faciliten la participación de todos y definir los elementos del plan del trabajo desde procesos democráticos. De este modo se fortalecerá la convivencia y, al tomar en cuenta distintos puntos de vista, podrá llevarse a mejor término el proyecto. Un proyecto requiere establecer metas con indicadores, localizar obstáculos y acciones para sortearlos, definir tareas y responsables, y evaluar sus logros. **El reto es** establecer metas para mejorar la convivencia y el rendimiento académico dentro de su plantel, a partir de una visión en común con sus compañeros, así como de prever escenarios de éxito y posibles obstáculos para alcanzarlas.

**Actividad 1.** Recuerda la última vez que realizaste un trabajo colaborativo y, con la siguiente rúbrica, evalúa si en ese trabajo tú y tus compañeros tomaron en cuenta los siguientes aspectos de un plan de trabajo.

Aspectos que consideramos y/o incluimos en el plan de trabajo.	Si lo hicimos	No lo hicimos
Establecimos un objetivo claro para nuestro proyecto.		
Definimos con claridad las metas que queríamos alcanzar.		
Diseñamos indicadores de logro que nos permitieron planear nuestras actividades.		
Localizamos obstáculos, tanto en nuestra convivencia como en aspectos propios del proyecto.		
De manera democrática definimos las tareas que debían incluirse en el proyecto.		
Distribuimos las tareas de manera justa, tomando en cuenta las circunstancias de todos.		
Nos reunimos periódicamente para evaluar avances.		
Con base en los indicadores, evaluamos nuestros logros y cumplimiento de metas.		
Al finalizar la evaluación, identificamos en qué aspectos debíamos prestar más atención en próximos proyectos.		

**Actividad 2.** Toma en cuenta la rúbrica anterior y escribe por qué crees que considerar los aspectos señalados a la hora de elaborar un plan de trabajo, ayuda a mejorar la convivencia y el desempeño escolar; por ejemplo, el trabajo organizado y equitativo favorece el trato justo en el grupo.

---



---



---

Escribe en un minuto qué te llevas de la lección




---



---



---



Lee el siguiente texto de Elena Poniatowska denominado "La Identidad".

## **La identidad, cuento de Elena Poniatowska (Francia-México, 1932)**

Yo venía cansado. Mis botas estaban cubiertas de lodo y las arrastraba como si fueran féretros. La mochila se me encajaba en la espalda, pesada. Había caminado mucho, tanto que lo hacía como un animal que se defiende. Pasó un campesino en su carreta y se detuvo. Me dijo que subiera. Con trabajo me senté a su lado. Calaba frío. Tenía la boca seca, agrietada en la comisura de los labios; la saliva se me había hecho pastosa. Las ruedas se hundían en la tierra dando vuelta lentamente. Pensé que debía hacer el esfuerzo de girar como las ruedas y empecé a balbucear unas cuantas palabras. Pocas. Él contestaba por no dejar y seguimos con una gran paciencia, con la misma paciencia de la mula que nos jalaba por los derrumbaderos, con la paciencia del mismo camino, seco y vencido, polvoroso y viejo, hilvanando palabras cerradas como semillas, mientras el aire se enrarecía porque íbamos de subida -casi siempre se va de subida-, hablamos, no sé, del hambre, de la sed, de la montaña, del tiempo, sin mirarnos siquiera. Y de pronto, en medio de la tosquedad de nuestras ropas sucias, malolientes, el uno junto al otro, algo nos atravesó blanco y dulce, una tregua transparente. Y nos comunicamos cosas inesperadas, cosas sencillas, como cuando aparece a lo largo de una jornada gris un espacio tierno y verde, como cuando se llega a un claro en el bosque. Yo era forastero y sólo pronuncié unas cuantas palabras que saqué de mi mochila, pero eran como las suyas y nada más las cambiamos unas por otras. Él se entusiasmó, me miraba a los ojos, y bruscamente los árboles rompieron el silencio. "Sabe, pronto saldrá el agua de las hendiduras". "No es malo vivir en la altura. Lo malo es bajar al pueblo a echarse un trago porque luego allá andan las viejas calientes. Después es más difícil volver a remontarse, no más acordándose de ellas"... Dijimos que se iba a quitar el frío, que allá lejos estaban los nubarrones empujándolo y que la cosecha podía ser buena. Caían nuestras palabras como gruesos terrones, como varas resacas, pero nos entendíamos.

Llegamos al pueblo donde estaba el único mesón. Cuando bajé de la carreta empezó a buscarse en todos los bolsillos, a vaciarlos, a voltearlos al revés, inquieto, ansioso, reteniéndome con los ojos: "¿Qué le regalaré? ¿qué le regalo? Le quiero hacer un regalo..." Buscaba a su alrededor, esperanzado, mirando el cielo, mirando el campo. Hurgoneó de nuevo en su vestido de miseria, en su pantalón tieso, jaspeado de mugre, en su saco usado, amoldado ya a su cuerpo, para encontrar el regalo. Miró hacia arriba, con una mirada circular que quería abarcar el universo entero. El mundo permanecía remoto, lejano, indiferente. Y de pronto todas las arrugas de su rostro ennegrecido, todos esos surcos escarbados de sol a sol, me sonrieron. Todos los gallos del mundo habían piteado su cara, llenándola de patas. Extrajo avergonzado un papelito de no sé dónde, se sentó nuevamente en la carreta y apoyando su gruesa mano sobre las rodillas tartamudeó:

-Ya sé, le voy a regalar mi nombre.

Fuente: *De noche vienes* (1979), México D.F., Ediciones Era, 1985, págs. 16-17, recuperado de:  
Cuento breve recomendado: "La identidad", de Elena Poniatowska

reproduccion



Responde las siguientes preguntas.

1. ¿Cuál es el tema principal del cuento “La identidad” de Elena Poniatowska?

---

---

---

---

2. ¿Qué simboliza el viaje del protagonista en el cuento “La identidad”?

---

---

---

---

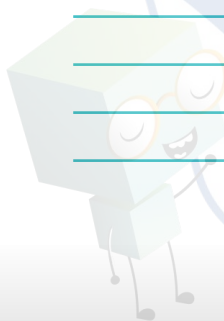
3. ¿Cómo se aborda el tema de la memoria histórica en el cuento “La identidad”?

---

---

---

---



Proyecta tu futuro

PLANEA Editorial





# 1ra Evaluación de unidad de aprendizaje

Subraya la respuesta correcta.

1. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones describe mejor la relación entre la ciencia y las matemáticas?
  - a) Las matemáticas son una rama de la ciencia que se dedica al estudio de la materia.
  - b) La ciencia utiliza las matemáticas como herramienta para formular hipótesis y realizar experimentos.
  - c) Las matemáticas y la ciencia son independientes y no se relacionan entre sí.
  - d) La ciencia y las matemáticas se ocupan de fenómenos filosóficos.
2. ¿Qué caracteriza a un sistema dinámico?
  - a) Su comportamiento es siempre lineal y predecible.
  - b) Solo se aplica a sistemas biológicos.
  - c) Es estático y no cambia con el tiempo.
  - d) Depende del tiempo y puede exhibir cambios en su comportamiento con el tiempo.
3. ¿Qué describe el “efecto mariposa” en la teoría del caos?
  - a) La posibilidad de predecir con exactitud cualquier evento futuro.
  - b) Que todos los sistemas caóticos son aleatorios.
  - c) La idea de que pequeñas variaciones en las condiciones iniciales pueden llevar a grandes diferencias en el comportamiento de un sistema.
  - d) Que los sistemas caóticos no existen en la naturaleza.
4. ¿Cuál es un ejemplo de una red compleja en la vida real?
  - a) La red de conexiones de un aeropuerto internacional.
  - b) Un gráfico de barras simple.
  - c) Una ecuación lineal.
  - d) Un triángulo equilátero.
5. ¿En qué campo se aplica la teoría del caos para comprender las fluctuaciones poblacionales?
  - a) Astronomía.
  - b) Ecología.
  - c) Química.
  - d) Geología.

6. ¿Qué establece la Conjetura de Collatz?

- a) Que todos los números primos mayores que 2 son impares.
- b) Que las ecuaciones cuadráticas no tienen soluciones reales.
- c) Que los números perfectos son muy raros.
- d) Que cualquier número entero positivo eventualmente se reduce a 1 al seguir un proceso iterativo específico.

7. ¿Cuál de las siguientes es una ecuación de una función lineal?

- a)  $f(x) = 2x^2 + 3x + 1$
- b)  $f(x) = 3x + 4$
- c)  $f(x) = \sin(x)$
- d)  $f(x) = \sqrt{x}$

8. ¿Cuál de las siguientes funciones NO es lineal?

- a)  $f(x) = x^3 - x$
- b)  $f(x) = 5x + 7$
- c)  $f(x) = 2x - 4$
- d)  $f(x) = 3x$

9. Si una mariposa bate sus alas en Brasil y causa un tornado en Texas, este fenómeno es un ejemplo de:

- a) Predictibilidad lineal.
- b) Invariancia temporal.
- c) Efecto mariposa.
- d) Estabilidad estructural.

10. Un empleado gana un salario base de 1 500 pesos más 50 pesos por cada hora extra trabajada. Escribe la función lineal que describe su salario (S) en términos de las horas extras (h) y determina su salario si trabaja 10 horas extras.

- a)  $S(h) = 50h$
- b)  $S(h) = 1500 - 50h$
- c)  $S(h) = 1500S(h) = 1500$
- d)  $S(h) = 1500 + 50h$



# Temas selectos de matemáticas 1

La Editorial Planea tiene como misión crear materiales didácticos de calidad, con los contenidos adecuados para impactar positivamente en la formación de los estudiantes, desarrollando sus conocimientos, habilidades y actitudes, que los transformen en jóvenes capaces de comprender su entorno e influir en él, aprender de manera autónoma a largo de su vida, ser consciente de sus destrezas para resolver problemas y aceptar retos que lo ayuden a alcanzar su metas, ser sensibles al arte y sus expresiones, asimismo activar la participación ciudadana que reafirme su conciencia cívica y ética, fomentando una actitud respetuosa a la interculturalidad, diversidad de creencias, valores e ideas, asumiendo un pensamiento crítico que ayude al desarrollo sustentable de su comunidad.

El libro de **Temas Selectos de Matemáticas 1**, está desarrollado bajo los Principios de la Nueva Escuela Mexicana, teniendo como eje rector el Nuevo Modelo Educativo de la Educación Media Superior y el programa de estudio por progresiones de **Bachillerato Tecnológico (BT)**, el cual propone los siguientes aprendizajes trayectoria del Recurso Sociocognitivo de Pensamiento Matemático:

- Aplicar procedimientos algorítmicos e interpretar sus resultados para anticipar, encontrar y validar soluciones a problemas matemáticos, de áreas del conocimiento y de su vida personal.
- Observa, intuye, conjetura y argumenta a favor o en contra de afirmaciones matemáticas tanto teóricas como de aplicación en áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos o recursos socioemocionales, para debatir y contrastar ideas con sus pares.
- Analiza situaciones y problemas, discerniendo las variables de interés para el estudio, así como también llevando a cabo la verificación requerida de las hipótesis para la aplicación de los objetos, métodos y conceptos matemáticos utilizados, con la finalidad de modelar fenómenos o resolver problemas.
- Describe, interpreta y comunica con claridad ideas, situaciones y fenómenos propios de la matemática, de las ciencias naturales, experimentales, de la tecnología, de las ciencias sociales y de su entorno, empleando un lenguaje matemático riguroso.

En la Editorial Planea tenemos un compromiso por desarrollar materiales que cumplan con las expectativas de las comunidades educativas.

## Titulos relacionados



Clave: 20267

ISBN 978-607-5902-31-9



9786075902319



771-159-1900  
[www.editorialplanea.com.mx](http://www.editorialplanea.com.mx)