

Pensamiento matemático 2

Introducción al álgebra

René Pérez Moreno

Propósitos formativos



Serie Iso



"Proyecta tu futuro"





Primera Edición 2025

Copyright © Editorial Planea

ISBN: En trámite

Impreso en México

Contacto: 771-655-6186

Correo electrónico:

informes@editorialplanea.com.mx

Se reservan todos los derechos. Está prohibida la reproducción, almacenamiento en sistemas de recuperación o transmisión de estas publicaciones, ya sea de forma electrónica, mecánica, mediante fotocopia, grabación u otros medios, sin el consentimiento previo del editor. Esto incluye su distribución en redes, almacenamiento electrónico o transmisión para fines de aprendizaje a distancia.

Editor en jefe: Cosme Lorenzo Rodríguez

Autor: René Pérez Moreno

Correctora: Angélica María Alvarado Carreón

Diseño: Nasbbi Irazú Portes Loeza

Imágenes: Adobe Stock

Aviso de exención de responsabilidad:

Los enlaces incluidos en este libro no son propiedad de Editorial Planea, por lo que no se tiene control sobre la información proporcionada por los sitios web en un momento determinado, ni se puede garantizar la exactitud de la información proporcionada por terceros (enlaces externos). Aunque la información se recopila con cuidado y se actualiza de manera constante, no se asume responsabilidad alguna por su exactitud, integridad o actualidad.

Los artículos atribuidos a los autores reflejan sus opiniones y, a menos que se indique de forma específica, no representan las opiniones del editor. Además, la reproducción de este libro o cualquier material de los sitios web incluidos en él no está autorizada, ya que dicho material puede estar sujeto a derechos de propiedad intelectual.

Los derechos pertenecen a sus respectivos propietarios, y Editorial Planea no se hace responsable de la información mostrada en los enlaces proporcionados.



Presentación

En la Editorial Planea estamos comprometidos por ofrecer materiales didácticos de alta calidad, apegados al Nuevo Modelo Educativo de la Educación Media Superior, basado en la premisa de desarrollar en ti, joven estudiante, un aprendizaje situado en tu entorno, que te ayude en tu día a día, adaptándote a los cambios y brindarte un constante aprendizaje inclusivo, pluricultural, colaborativo y equitativo, basado en los principios de la Nueva Escuela Mexicana.

Este libro se encuentra apegado al 100 % al programa de estudio basado en propósitos y contenidos formativos para la asignatura de **Pensamiento Matemático 2. Introducción al álgebra**, donde a partir de la experiencia y conocimientos previos se puede articular y desarrollar nuevas capacidades a través de la intuición y métodos heurísticos que tiendan a formalizarse de manera progresiva para explicar y plantear soluciones viables a situaciones relacionadas con fenómenos naturales y sociales, así como a problemas matemáticos acordes al contexto y cotidianidad.

La manera en la que se organiza la propuesta se base en la reformulación al MCCEMS, donde se hace énfasis a la evaluación diagnóstica al inicio del libro con la finalidad de conocer el nivel cognitivo y de habilidades en la asignatura.

Cada propósito formativo se aborda con la recuperación de saberes previos, la secuencia didáctica en los momentos de apertura, desarrollo y cierre, finalizando con la evaluación formativa.

Este libro, está diseñado para ti, con la finalidad de comprender las matemáticas como expresión del pensamiento humano, para aplicar los elementos esenciales de la aritmética y el pensamiento lógico en situaciones de interés.



La Nueva Escuela Mexicana NEM

La Nueva Escuela Mexicana (NEM) parte de un diagnóstico donde la educación se entendía como tres ciclos sin conexión, la educación básica (preescolar, primaria y secundaria), la educación media superior y la educación superior, con base en este diagnóstico se construye una propuesta donde la educación debe ser entendida para toda la vida, bajo el concepto de aprender a aprender, la actualización continua, adaptación a los cambios y el aprendizaje permanente.

La NEM propone un plan de 23 años en los diferentes niveles educativos, los cuales estén interconectados entre sí, donde se potencialice la formación integral de las niñas, niños, adolescentes y jóvenes con el objetivo de promover el aprendizaje de excelencia, inclusivo, pluricultural, colaborativo y equitativo a lo largo de su formación.

Para alcanzar el bienestar y la prosperidad incluyente, la NEM se fundamenta en los siguientes principios:



Fomento de la identidad con México. El amor a la patria, el aprecio por su cultura, el conocimiento de su historia y el compromiso de los valores plasmados en la Constitución Política, son las acciones que forman este principio.

Responsabilidad ciudadana. El principio implica la aceptación de derechos y deberes personales y comunes, el respeto por los valores cívicos por parte de los estudiantes formados en la NEM es esencial para transmitir los valores de honestidad, respeto, justicia, solidaridad, reciprocidad, lealtad, libertad, equidad y gratitud.



Honestidad. Se destaca este valor dentro de la responsabilidad social de los estudiantes, el cual permite formar una sociedad con base en la confianza y el sustento de la verdad de todas las acciones para permitir una sana relación entre los ciudadanos.

Respeto de la dignidad humana. Promover el respeto irrestricto a la dignidad y los derechos humanos de las personas, con base en la convicción de la igualdad de todos los individuos en derechos, trato y oportunidades.





Respeto por la naturaleza y cuidado del medio ambiente. La conciencia ambiental favorece la protección y conservación del medio ambiente, la prevención de la contaminación y cambio climático comienza con la educación del desarrollo sostenible.

Promoción de la interculturalidad.

El aprecio y la comprensión por la diversidad cultural y lingüística, así como, el diálogo y el intercambio cultural es una fuerza motriz para tener una vida intelectual, afectiva, moral y espiritual.



Participación en la transformación de la sociedad.

La superación de cada persona por iniciativa propia es la base de este principio, el sentido social de la educación permite construir relaciones cercanas, solidarias y fraternas que superan las indiferencias y la apatía por transformar la sociedad.



Promoción de la cultura de la paz. El objetivo de la agenda 2030 que promueve "Paz, justicia e instituciones sólidas", tiene como fundamento promover sociedades pacíficas, inclusivas, que faciliten el desarrollo sostenible, el acceso a la justicia para todos y la construcción a todos los niveles de instituciones eficaces e inclusivas que rindan cuentas.



Conoce tu libro

Dentro del libro se encuentra desarrollado el Nuevo Modelo Educativo de la Educación Media Superior, el cual se basa en un programa de estudio por progresiones de aprendizaje, las cuales se desarrollan en tres momentos que son:



Apertura. En este primer momento se busca despertar el interés y la motivación del estudiante por el tema que se va a abordar.



Cierre. En este último momento se busca consolidar los aprendizajes y hacer una evaluación del proceso.



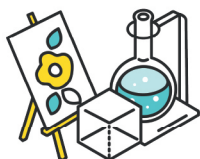
Desarrollo. Se presenta el contenido y se realiza una explicación clara y detallada de los conceptos clave.

También se encuentran las secciones:



Evaluación diagnóstica. Se encuentra al inicio del libro, ayuda a identificar las fortalezas y debilidades con los temas que se van a abordar.

Saberes previos. Son los conocimientos, experiencias y creencias que funcionan como base para construir aprendizajes significativos, al conectar lo nuevo con lo conocido.



Prácticas transversales.

Donde se enlazan los aprendizajes de los recursos socio-cognitivos con las disciplinas de las áreas de conocimiento.

Prácticas socioemocionales.

El currículum ampliado se vincula con los recursos sociocognitivos, áreas de conocimiento por medio de los diferentes ámbitos de los recursos socioemocionales que están presentes en este tipo de actividades.





Prácticas de aprendizaje. La mejor manera de aplicar los conocimientos y habilidades aprendidas es a través de este tipo de prácticas, las cuales están numeradas, ubicadas en un contexto de aprendizaje y potencializando un principio de la NEM, como se muestra en el siguiente ejemplo:



Práctica de aprendizaje



Lectura NEM. Es una actividad de comprensión lectora que aborda uno de los principios de la Nueva Escuela Mexicana.



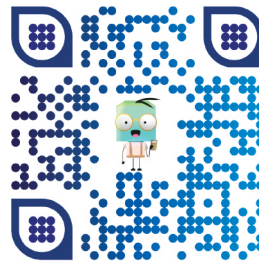
Indicación de propósito formativo. Se encuentran en la parte superior derecha del libro, indicando el propósito formativo que se está trabajando.

Evaluación formativa. Es el proceso continuo que permite recoger información sobre el aprendizaje de los estudiantes para retroalimentarlos y ajustar la enseñanza.



Proyecto Aula - Escuela - Comunidad (PAEC). En estos códigos QR podrás realizar las actividades de las progresiones que son parte del PAEC.

Maestro Iso. Cada vez que veas al maestro Iso, él te explica la progresión de manera dinámica escaneando el código QR.



Perfil de egreso

1. Desarrolla una actitud reflexiva que le permite conocer, problematizar y argumentar sobre las situaciones que afectan su ámbito comunitario, regional y global, a partir del diálogo y desde una perspectiva humanista y científica.
2. Reconoce su condición histórica y social para intervenir en la conformación y transformación de las estructuras políticas que organizan la sociedad que habita.
3. Se involucra en la búsqueda del bienestar humano y del cuidado del medio ambiente a partir de la comprensión ética de las ciencias, humanidades y tecnologías en tanto construcciones colectivas que buscan explicar los fenómenos de su entorno.
4. Conoce, defiende y ejerce su derecho como persona ciudadana a participar en la construcción y el desarrollo de alternativas que promuevan la justicia social, desde una perspectiva intercultural, de derechos humanos e igualdad de género.
5. Ejerce su ciudadanía digital a través de un posicionamiento ético sobre la pertinencia del desarrollo, distribución y uso de las tecnologías digitales.
6. Cuida su salud de forma integral a partir de la alimentación sana, la práctica de actividad física y la construcción de vínculos intersubjetivos responsables basados en el respeto a la diferencia, la dignidad, la igualdad sustantiva y los derechos humanos.
7. Utiliza herramientas orales y escritas para la expresión clara y coherente de sus ideas y emociones.
8. Hace uso de las teorías, metodologías y pensamiento algorítmico de las diversas áreas del conocimiento para entender, intervenir y resolver problemas de su cotidianeidad.
9. Reconoce, aprecia y aprehende el valor estético del patrimonio cultural, así como de las diferentes manifestaciones artísticas de su contexto.

Meta de educativa:

- Entienda al lenguaje algebraico como un medio de representación de situaciones cotidianas y escolares para estimular el pensamiento abstracto.

Propósitos y contenidos formativos

1. Representa operaciones aritméticas utilizadas en situaciones de interés, mediante letras y símbolos, para comprender el lenguaje algebraico.
 - Definición de: suma, producto, razón, cociente, diferencia y residuo.
 - Símbolos y letras utilizados en el lenguaje algebraico.
 - Concepto de incógnita.
 - Términos y expresiones algebraicas.
 - Representación de expresiones de lenguaje común a expresiones algebraicas.
2. Comprende la clasificación de las expresiones algebraicas para construir e identificar monomios, binomios, trinomios y polinomios.
 - Clasificación de expresiones algebraicas (monomio, binomio, trinomio y polinomio).
 - Componentes de un monomio: coeficiente, variable, exponente positivo y grado.
 - Representación de situaciones reales con monomios y polinomios.
3. Aplica la aritmética y el manejo del álgebra para realizar operaciones con monomios y binomios, referentes a situaciones de interés, a partir del análisis de sus componentes.
 - Suma, resta, multiplicación y división con monomios.
 - Aplicación de las reglas de los exponentes y los signos.
 - Aplicación de operaciones con fracciones.
 - Factorización de monomios.
 - Binomio y trinomio simple.



4. Aplica la aritmética y el manejo del álgebra para realizar operaciones con trinomios y polinomios, referentes a situaciones de interés, a partir del análisis de sus componentes.

- Suma, resta, multiplicación y división con polinomios.
- Aplicación de las reglas de los exponentes y los signos.
- Aplicación de operaciones con fracciones.
- Productos notables.
- Factorización de polinomios.
- Trinomio cuadrado perfecto.

5. Aplica el álgebra en situaciones de interés para comprender su relevancia en otras áreas del conocimiento, fenómenos naturales o en distintas esferas de la vida humana.

- Cálculo de un presupuesto personal (ingresos, gastos, ahorros, etc.).
- Ajuste de proporciones en recetas según número de personas.
- Hallar precios finales aplicando porcentajes y ecuaciones en compras con descuento.

6. Comprende el concepto de ecuación a partir de las igualdades matemáticas para encontrar el valor de una incógnita utilizando situaciones de interés.

- Concepto de igualdad e identidad algebraica.
- Relaciones de igualdad entre números reales.
- Propiedades de igualdad: reflexiva, simétrica, transitiva, uniformidad.



Contenido

Propósito formativo 1. Fundamentos del lenguaje algebraico

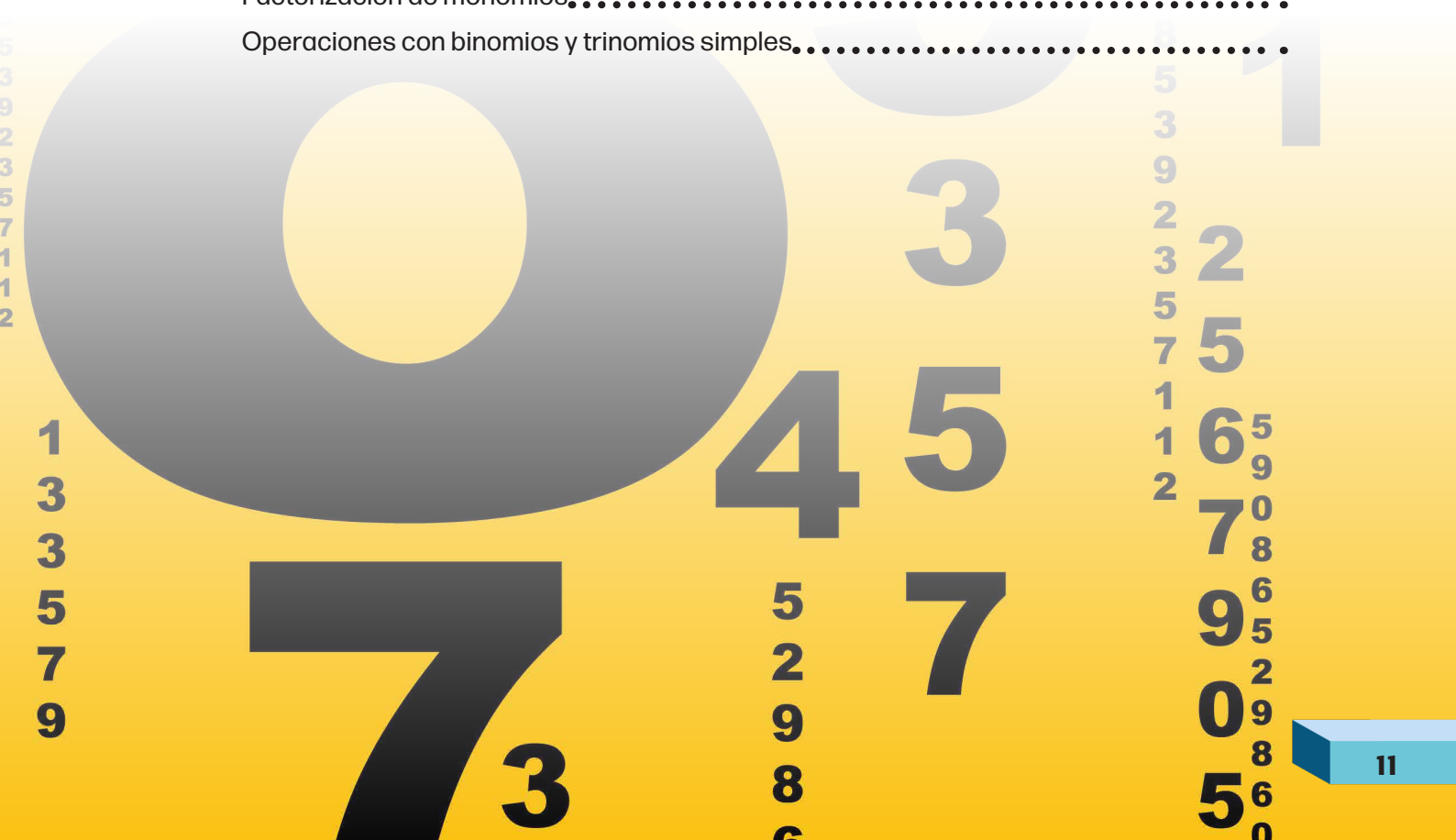
- Operaciones aritméticas básicas.....
- Uso de símbolos y letras en álgebra.....
- La incógnita como elemento central.....
- Términos y expresiones algebraicas.....
- Traducción del lenguaje común al algebraico.....

Propósito formativo 2. Clasificación de expresiones algebraicas

- Tipos de expresiones: monomio, binomio, trinomio y polinomio.....
- Elementos de un monomio.....
- Modelación de situaciones reales con expresiones algebraicas.....

Propósito formativo 3. Operaciones con monomios y binomios

- Leyes de exponentes y signos.....
- Operaciones básicas con monomios.....
- Operaciones con fracciones algebraicas.....
- Factorización de monomios.....
- Operaciones con binomios y trinomios simples.....





Propósito formativo 4. Operaciones con polinomios y trinomios

- Operaciones básicas con polinomios.....
- Uso de exponentes y signos en polinomios.....
- Fracciones algebraicas con polinomios.....
- Productos notables.....
- Factorización de polinomios.....
- Trinomio cuadrado perfecto.....

Propósito formativo 5. Aplicaciones prácticas del álgebra

- Presupuesto personal con expresiones algebraicas.....
- Ajuste de proporciones en recetas.....
- Cálculo de precios con porcentajes y descuentos.....

Propósito formativo 6. Igualdades y ecuaciones algebraicas

- Igualdad e identidad algebraica.....
- Relaciones de igualdad en números reales.....
- Propiedades fundamentales de la igualdad.....

- Bibliografía.....

Evaluación diagnóstica

Para comenzar con el estudio de la introducción al álgebra es necesario realizar una evaluación diagnóstica de tus conocimientos, subraya la respuesta correcta a cada una de las siguientes preguntas.

1. ¿Cuál es el resultado de la operación $12 - (5 + 3)$?
 - a) 4
 - b) 10
 - c) 20
 - d) 2
2. ¿Qué representa la letra "x" en la expresión $x + 5 = 10$?
 - a) Un número fijo
 - b) Una constante
 - c) Una incógnita
 - d) Un operador
3. ¿Cuál de las siguientes es una expresión algebraica?
 - a) $7 + 3$
 - b) $x - 2$
 - c) $= 5$
 - d) $10 / 2$
4. ¿Cuál es la traducción algebraica de "el doble de un número menos tres"?
 - a) $2x + 3$
 - b) $x - 3$
 - c) $2x - 3$
 - d) $x + 2 - 3$
5. ¿Cuál de las siguientes expresiones es un binomio?
 - a) $5x$
 - b) $x + 2$
 - c) $x^2 + 3x + 1$
 - d) $x^3 + x^2 + x + 1$
6. ¿Qué parte de un monomio como $-3xy^2$ representa el coeficiente?
 - a) x
 - b) y^2
 - c) -3
 - d) xy^2
7. ¿Cuál expresión modela "el triple de la edad de Ana más cinco años"?
 - a) $3 + x + 5$
 - b) $3x + 5$
 - c) $x + 5$
 - d) $5x + 3$

Evaluación diagnóstica

8. ¿Cuál es el resultado de $(4x)(3x)$?
- a) $12x$ b) $7x^2$ c) $12x^2$ d) $12x^3$
9. ¿Cuál es la regla de signos para multiplicar $(-2x)(-3y)$?
- a) El resultado es positivo
b) El resultado es negativo
c) El signo depende de las variables
d) No se puede determinar
10. ¿Cuál es el resultado de $\frac{6x^2}{3x}$?
- a) $2x$ b) $2x^2$ c) $3x$ d) x^2
11. ¿Cuál es la factorización de $12xy$?
- a) $6xy \cdot 2$
b) $3x \cdot 4y$
c) $2 \cdot 6xy$
d) Todas las anteriores
12. ¿Cuál es el resultado de $(x + 2)(x + 3)$?
- a) $x^2 + 5x + 6$
b) $x^2 + 6x + 5$
c) $x^2 + 2x + 3$
d) $x^2 + 3x + 2$
13. ¿Cuál es el trinomio cuadrado perfecto de $(x + 4)^2$?
- a) $x^2 + 4x + 16$
b) $x^2 + 16x + 4$
c) $x^2 + 2x + 8$
d) $x^2 + 8x + 16$
14. Si un producto cuesta (x) pesos y tiene un 20 % de descuento, ¿cuál es su precio final?
- a) $x + 0.2x$
b) $x - 0.2x$
c) $x \cdot 0.2$
d) $x \cdot 1.2$
15. ¿Cuál de las siguientes es una identidad algebraica?
- a) $x + 2 = 5$
b) $x - 3 = 2$
c) $2x = 4$
d) $x^2 - x^2 = 0$



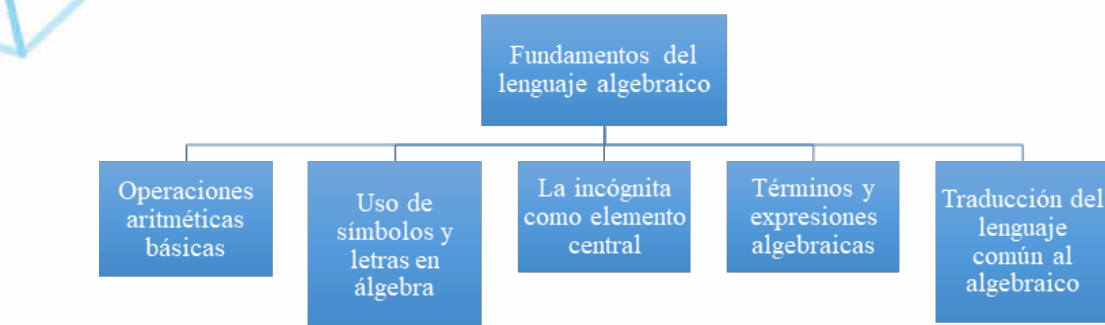
Propósito formativo 1
Fundamentos del
lenguaje algebraico

El lenguaje algebraico permite expresar de manera simbólica operaciones y relaciones que surgen en situaciones cotidianas y académicas. Mediante el uso de letras, números y símbolos se logra generalizar procedimientos matemáticos y representar incógnitas. Dentro de este propósito formativo se revisan las operaciones aritméticas básicas y su traducción al álgebra, así como la definición de términos y expresiones algebraicas.

El propósito formativo uno se define como:

- Representa operaciones aritméticas utilizadas en situaciones de interés, mediante letras y símbolos, para comprender el lenguaje algebraico.

Los contenidos formativos que se abordan el propósito se observan en el siguiente esquema:





Saberes previos

Para comenzar con el primer propósito formativo de Pensamiento Matemático 2. Introducción al álgebra, responde los siguientes planteamientos.

1. ¿Cuál es el resultado de $8 + 5 \times 2$?

2. Resuelve $(12 - 4) \div 2$.

3. Si tienes 10 cajas con 20 paquetes con 6 lápices cada uno, ¿cuántos lápices hay en total?

4. ¿Qué representa la letra "x" en la expresión $x + 7 = 12$?

5. Escribe una expresión algebraica para "el triple de un número menos 5".

6. ¿Qué símbolo se usa para representar una multiplicación en álgebra?

7. Si $x + 4 = 10$, ¿cuál es el valor de x?

8. Resuelve la ecuación $2x = 14$.

9. ¿Qué representa la incógnita en una ecuación?



10. Identifica los términos en la expresión $5x + 3$.

11. ¿Cuál es el coeficiente en la expresión $-7y$?

12. ¿Qué tipo de expresión es $x^2 + 2x + 1$?

13. La mitad de un número más 10.

14. Cinco pesos menos que el precio original.

15. El cuadrado de un número aumentado en 3.

Fundamentos del lenguaje algebraico



Apertura

El lenguaje algebraico es una herramienta para representar, analizar y resolver situaciones que involucran cantidades variables. A diferencia del cálculo aritmético, que opera con números concretos, el álgebra permite generalizar relaciones mediante símbolos, letras e incógnitas, facilitando la formulación de modelos que explican fenómenos cotidianos, científicos y sociales.

Comprender el lenguaje algebraico implica reconocer que detrás de cada expresión simbólica hay una situación significativa: desde calcular el precio de una compra con descuento, hasta estimar el tiempo necesario para completar una tarea. Esta capacidad de abstracción no solo potencia el pensamiento lógico, sino que también habilita la toma de decisiones informadas en contextos reales.



Práctica de aprendizaje



Para iniciar este proceso de transición entre lo aritmético y lo algebraico, responde las siguientes preguntas.

1. ¿Por qué se usan letras en lugar de números en el lenguaje algebraico?

2. ¿Qué diferencia hay entre una operación aritmética y una expresión algebraica?

3. ¿Cómo se traduce al lenguaje algebraico la frase “el triple de un número menos cinco”?



Desarrollo

Operaciones aritméticas básicas

El dominio de las operaciones aritméticas básicas es necesario para comprender el lenguaje algebraico y su aplicación en situaciones reales. Estas operaciones permiten representar relaciones entre cantidades, resolver problemas cotidianos y construir expresiones simbólicas que generalizan patrones numéricos. A continuación se presentan las definiciones formales de seis operaciones fundamentales, acompañadas de ejemplos.

Suma

La suma es la operación que consiste en reunir dos o más cantidades para obtener una total. Se representa con el símbolo (+).

Ejemplo: Si un estudiante tiene 3 libros y compra 2 más, el total es $3 + 2 = 5$. Según Baldor (2012), *“la suma es la operación más elemental de la aritmética, base de todas las demás”*.

Producto

El producto es el resultado de multiplicar dos o más números. Se representa con el símbolo (\cdot), (\times) o simplemente por yuxtaposición.

Ejemplo: Si cada cuaderno cuesta 25 pesos y se compran 4, el gasto total es $25 \cdot 4 = 100$. Como señala Stewart (2013), *“la multiplicación permite modelar situaciones de repetición o escalamiento”*.

Razón

La razón es una comparación entre dos cantidades mediante una división. Indica cuántas veces una cantidad contiene a otra.

Ejemplo: Si hay 12 estudiantes y 3 computadoras, la razón es ($12:3 = 4$), es decir, 4 estudiantes por computadora. De acuerdo con Godino y Batanero (2000), *“la razón es una relación multiplicativa que expresa proporcionalidad entre magnitudes”*.

Cociente

El cociente es el resultado de dividir una cantidad entre otra. Se representa con el símbolo (\div) o como fracción.

Ejemplo: Si se reparten 20 galletas entre 5 personas, cada una recibe $20 \div 5 = 4$ galletas. Según Villarreal (2015), *“el cociente permite distribuir equitativamente una cantidad entre partes iguales”*.

Diferencia

La diferencia es el resultado de restar una cantidad de otra. Se representa con el símbolo (-).

Ejemplo: Si un alumno tenía 10 pesos y gastó 6, le quedan ($10 - 6 = 4$) pesos. Como indica Lerner (2011), *“la resta expresa la distancia entre dos cantidades o el cambio entre estados”*.

Residuo

El residuo es la cantidad que sobra al realizar una división no exacta.

Ejemplo: Si se reparten 17 dulces entre 5 niños, cada uno recibe 3 y sobran 2: $17 \div 5 = 3$ con residuo 2. Según Cueto y Moreno (2014), *“el residuo permite interpretar situaciones de reparto incompleto o ajuste discreto”*.



Práctica de aprendizaje



Realiza los siguientes planteamientos aplicando operaciones aritméticas básicas.

1. Mariana compra 3 cuadernos de 25 pesos cada uno y una pluma que cuesta 18 pesos. ¿Cuánto paga en total?
2. Un grupo de 4 estudiantes reparte equitativamente una bolsa con 36 dulces. Después, cada uno regala 5 dulces. ¿Cuántos dulces conserva cada estudiante?
3. Luis ahorra 150 pesos cada mes. Después de 4 meses, gasta 200 pesos en libros. ¿Cuánto dinero le queda?



4. Para preparar jugo para una fiesta, se necesitan 3 litros por cada 5 personas. Si asistirán 20 personas, ¿cuántos litros se necesitan?

5. Un taxi cobra 40 pesos de base más 12 pesos por cada kilómetro recorrido. Si se recorren 7 kilómetros, ¿cuánto se paga en total?

Uso de símbolos y letras en álgebra

El lenguaje algebraico es una forma simbólica de representar relaciones matemáticas que permite generalizar operaciones, expresar incógnitas y modelar situaciones reales. A diferencia del lenguaje aritmético, que opera con números concretos, el álgebra utiliza letras y símbolos para representar cantidades variables, constantes, operaciones y relaciones lógicas.

Uso de letras como variables e incógnitas

Las letras en álgebra cumplen dos funciones principales: representar **variables** (cantidades que pueden cambiar) e **incógnitas** (valores desconocidos que se deben encontrar). Por ejemplo, en la expresión:

$$x + 5 = 12$$

La letra (x) representa una incógnita cuyo valor es 7. En contextos reales, las letras permiten modelar situaciones como “el precio de un producto” (p), “la edad de una persona” (e) o “el tiempo de recorrido” (t).

Según Lerner (2011), “el uso de letras en álgebra no es arbitrario, sino una forma de representar lo general, lo posible y lo aún no conocido” .

Símbolos de operaciones y relaciones

El lenguaje algebraico también emplea símbolos que indican operaciones básicas:

- ✓ Suma: (+)
- ✓ Resta: (-)
- ✓ Multiplicación: (\cdot , \times) o por yuxtaposición (ab)
- ✓ División: (\div) o como fracción ($\frac{a}{b}$)
- ✓ Igualdad: (=)
- ✓ Mayor que / menor que: ($>$), ($<$)
- ✓ Exponente: (a^n), que indica potencia

Estos símbolos permiten construir expresiones como $3x - 2$, que representa “el triple de una cantidad menos dos”, o ecuaciones como $\frac{y}{4} = 6$, que puede modelar “una cantidad dividida en cuatro partes iguales da seis”.

Como señalan Cueto y Moreno (2014), “*la simbología algebraica es un lenguaje universal que permite comunicar ideas matemáticas con precisión y economía de recursos*”.

Algunos ejemplos en diversos contextos se muestran en los siguientes párrafos.

- ➔ “El doble de la edad de Ana” $\rightarrow 2a$
- ➔ “La mitad del precio de un libro” $\rightarrow \frac{p}{2}$
- ➔ “Un número aumentado en cinco” $\rightarrow x + 5$
- ➔ “El área de un rectángulo de base (b) y altura (h)” $\rightarrow A = b \cdot h$

Estos ejemplos muestran cómo el lenguaje algebraico permite representar situaciones de interés mediante letras y símbolos, facilitando el análisis, la predicción y la resolución de problemas.

La incógnita como elemento central

La **incógnita** representa uno de los elementos centrales para la formulación y resolución de problemas matemáticos. Se trata de una letra o símbolo que ocupa el lugar de un valor desconocido, el cual puede determinarse mediante operaciones y razonamientos lógicos. Esta abstracción permite modelar situaciones reales, generalizar patrones y establecer relaciones entre cantidades variables.

Según Baldor (2012), “*la incógnita es el número que se busca en una ecuación, y se representa comúnmente con letras como (x), (y) o (z)*”. Su uso no solo facilita la resolución de ecuaciones, sino que también habilita la construcción de expresiones algebraicas que describen fenómenos cotidianos, científicos o financieros.

Por ejemplo, en la ecuación $x + 5 = 12$, la incógnita x representa una cantidad que, al sumarse con 5, da como resultado 12. Resolver esta ecuación implica encontrar el valor de x que satisface la igualdad, en este caso es 7. Este proceso de búsqueda y verificación es necesario para el desarrollo del pensamiento algebraico.

Además, el uso de incógnitas permite representar problemas abiertos, como “¿cuánto cuesta un producto si se le aplica un 20 % de descuento?”, lo cual puede expresarse como $x - 0.2x = 0.8x$, donde x es el precio original. Como señala Lerner (2011), “*la incógnita no es solo un número oculto, sino una herramienta para pensar lo posible, lo variable y lo aún no definido*”.

Términos y expresiones algebraicas

Una **expresión algebraica** es la representación matemática de un cálculo en el que números y variables aparecen unidos por símbolos de operación. Por ejemplo, cada una de las siguientes es una expresión algebraica:

$$6x$$

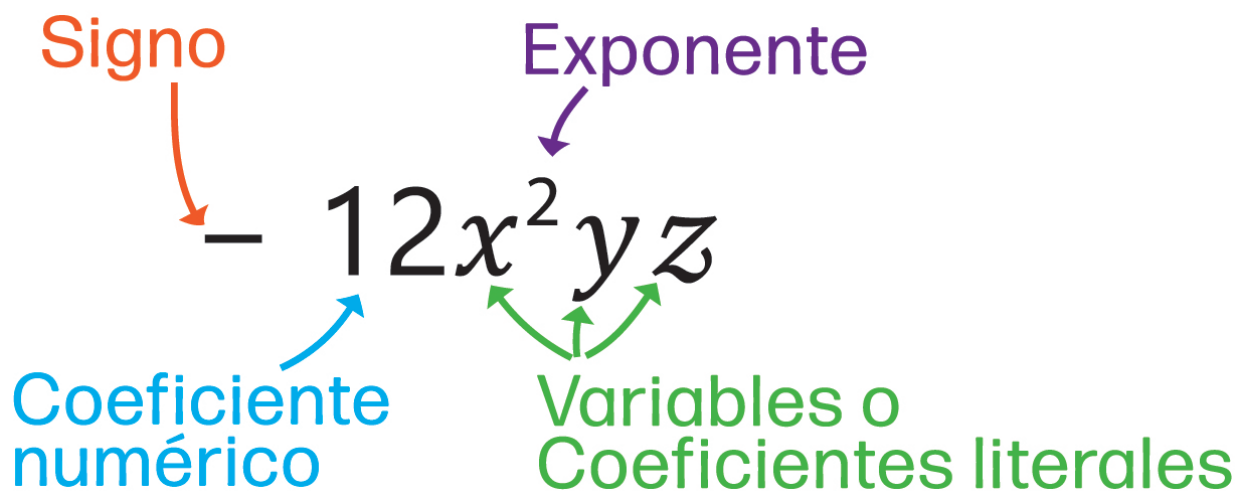
$$x^2+4$$

$$5a^3b^2$$

$$4x^2+2x+9$$

Una expresión algebraica está compuesta por términos, los cuales a su vez están relacionados mediante operaciones aritméticas como la suma, resta, multiplicación y división.

Cada uno de estos términos podrá estar conformado por cuatro elementos: el signo, coeficiente numérico, las variables o coeficientes literales y el exponente. Observa el siguiente esquema de un término algebraico.



En las expresiones algebraicas los paréntesis indican la prioridad de unas operaciones sobre otras. La expresión $a(x + y)$ significa "el producto de un número por la suma de otros dos". Es diferente de $a \cdot x + y$ que representa "el producto de dos números sumados a un tercer número".

Para representar las expresiones que se emplean en el lenguaje común al matemático, se debe equiparar y traducir los significados de algunas palabras para que sean comprensibles en el lenguaje matemático y viceversa.

La palabra "es" del lenguaje común se traduce al signo "=" en el lenguaje matemático. Por ejemplo, cuando se expresa que " x es 8" significa " $x = 8$ ".

Por otro lado, se encuentra la palabra "producto", la cual es un término matemático para referirse al resultado que se desprende de una multiplicación. Entonces:

Es el producto de ocho y tres, se expresa como: $8 \cdot 3$

En lenguaje algebraico la palabra "cociente" hace referencia a una división. Entonces, si se dice:

El cociente de doce y cuatro, esto se escribe como: $12 \div 4$.

En algebra se emplea la palabra "diferencia" para indicar la resta entre dos números. Por ejemplo:

La diferencia entre once y cuatro se expresaría como: $11 - 4$.

Para indicar en lenguaje algebraico la operación de “suma” se utiliza el termino adición. Por ejemplo:

La adición de 2 y 5 es 7, se expresa como $2 + 5 = 7$.

O bien la suma de 12 y 2 es 14 se expresará como $12 + 2 = 14$.

Si dentro de una expresión algebraica se observa la palabra “porcentaje” se escribe de forma numérica la cantidad que se indica dividiéndola entre cien. Por ejemplo:

Si se indica el “veinte por ciento”, se escribe como una fracción $20 \div 100$

Si se indica el cincuenta por ciento, se expresará como: $50 \div 100$

También es posible expresar el porcentaje mediante un símbolo que seguramente conoces: “%”. Por ejemplo:

20% , es una expresión que se lee como veinte por ciento.

Para representar valores no conocidos puedes utilizar variables como “x” o “y”. Por ejemplo si se te pide escribir la siguiente expresión: “el doble de un número dado más cien, será mayor que ese mismo número menos dos”, en este enunciado no se conoce el número del que se habla pero se conocen algunas relaciones, de manera que puede utilizarse una variable, por ejemplo x. Entonces se tiene la siguiente expresión:

$2x + 100 > x - 2$



¡Escanéame!





Práctica de aprendizaje



Ejercicio 1. Traduce las siguientes expresiones al lenguaje matemático.

- x es 2. _____
- 6 es 2 por 3. _____
- y más 8 es 12 entre 4. _____
- El producto de seis por nueve. _____
- El producto de dos por la suma de tres más nueve. _____
- El producto de 4 y -2. _____
- El cociente de seis y dos. _____
- El cociente de dieciséis y cuatro. _____
- El cociente de nueve y tres. _____

Ejercicio 2. Ahora soluciona las siguientes expresiones, convirtiéndolas al lenguaje matemático:

- Un tercio de veintiuno.

- Una quinta parte de quince.

- Una cuarta parte de doce.

- La diferencia entre cinco y uno.

- La diferencia entre cuatro y dos.

- La diferencia entre doce y nueve.

- La suma de diez y tres.

- Cinco más uno.

- La suma de siete y dos.

- Cuarenta por ciento.

- Quince por ciento.

- Ocho por ciento.

- Algún número es cinco.

- Dos más algún número.

- La suma de cuatro y un número.

- El producto de tres y un número.

Traducción del lenguaje común al algebraico

Ahora que se analizaron las principales expresiones que se puede encontrar en el álgebra y la forma de representarlas en el lenguaje matemático, es momento de conocer expresiones complejas que ayudaran con la comprensión del lenguaje algebraico

Ejemplo 1. El producto de 4 y un número es igual a 16.

Solución.

- a) El primer paso es escribir el producto de 4 y un número como: $4x$
- b) Igualarlo a 16, obteniendo: $4x = 16$

Ejemplo 2. Once más un cuarto de doce es igual a un número menos cuatro.

Solución.

- a) Se debe identificar que once más un cuarto de doce se expresa como: $11 + 12 \div 4$
- b) Un numero menos cuatro es: $x - 4$
- c) Por lo que la expresión completa queda: $11 + 12 \div 4 = x + 4$

Ejemplo 3. Cinco más el veinte por ciento de un número es veinticinco.

Solución.

- a) La expresión de cinco más veinte porciento de un numero es: $5 + (20 \div 100)x$
- b) Se iguala a veinticinco, obteniendo: $5 + (20 \div 100) x = 25$

En una expresión algebraica que ha sido planteada de forma matemática a través de variables, el valor de la expresión depende del número que se sustituya por la variable.

Por ejemplo, se tiene la expresión $x^2 + 4$, ¿cuál es su valor cuando x toma el valor de 2?

Cuando $\rightarrow x = 2$

La expresión $\rightarrow x^2 + 4$

Se convierte $\rightarrow 2^2 + 4 = 4 + 4 = 8$

Como puedes ver, la expresión es 8 cuando x es igual a 2.

Ejemplo 4. Evalúa la expresión $x^2 + 4x + 8$ cuando x es 0, 1, 2, 3 y 4.

Solución. Al sustituir los valores dentro de la expresión se obtienen los siguientes resultados:

Cuando x es	La expresión $x^2 + 4x + 8$ se convierte en
0	$(0)^2 + 4(0) \cdot + 8 = 0 + 0 + 8 = 8$
1	$(1)^2 + 4(1) \cdot + 8 = 1 + 4 + 8 = 13$
2	$(2)^2 + 4(2) \cdot + 8 = 4 + 8 + 8 = 20$
3	$(3)^2 + 4(3) \cdot + 8 = 9 + 12 + 8 = 29$
4	$(4)^2 + 4(4) \cdot + 8 = 16 + 16 + 8 = 40$





Cierre




Práctica de aprendizaje



Traduce las siguientes expresiones verbales a expresiones matemáticas y obtén su resultado de acuerdo al valor asignado a la variable.

1. El doble de un número más 5, cuando el número es igual a tres.
2. La mitad de un numero menos siete, cuando el número es 10.
3. Un número dividido entre 5 y luego sumado 8, cuando el número es 25.
4. La tercera parte de un número más doce, cuando el número es nueve.
5. Tres veces ese número más el cuadrado de ese número, cuando el número es cuatro.



6. El cuadrado de un número menos el número, cuando su valor es cinco.

7. La raíz cuadrada de un número más diez, cuando su valor es treinta y seis.

8. Cuatro veces un número menos quince, cuando su valor es siete.

9. El cubo de un número menos el triple de ese número.

10. Cinco veces un número más 20 , todo dividido entre 3, cuando el valor del número es 2.



Evaluación formativa

Responde las siguientes preguntas.

1. ¿Cómo defines operaciones como suma, producto, cociente y residuo en términos algebraicos?

2. ¿Qué símbolos y letras se usan comúnmente en el lenguaje algebraico y qué representan?

3. ¿Qué es una incógnita y cómo se usa en una expresión algebraica?

4. ¿Cómo identificas los términos y las expresiones algebraicas en una operación?

5. ¿Cómo representarías de forma algebraica una frase como “el triple de un número menos cinco”?

6. ¿Por qué es útil convertir frases del lenguaje común en expresiones algebraicas?

Autoevalúa los aprendizajes del propósito formativo con la siguiente rúbrica.

Criterio	Nivel Inicial (1 punto)	Nivel Intermedio (2 puntos)	Nivel Avanzado (3 puntos)
Reconozco y defino operaciones aritméticas básicas en lenguaje algebraico.	Identifico operaciones sin relacionarlas con símbolos o letras.	Reconozco símbolos y letras usados en operaciones algebraicas.	Defino operaciones y representa símbolos y letras con claridad en el lenguaje algebraico.
Comprendo el concepto de incógnita y su uso en expresiones algebraicas.	Percibo la incógnita como una letra sin entender su función.	Reconozco la incógnita como número desconocido y la ubica en expresiones.	Analizo el papel de la incógnita en la construcción de expresiones algebraicas y su utilidad para resolver problemas.
Traduzco situaciones del lenguaje común a expresiones algebraicas.	Tengo dificultad para representar frases de forma matemática.	Represento frases simples con expresiones algebraicas.	Traduzco con precisión frases complejas al lenguaje algebraico y explica su utilidad en la resolución de problemas.

Revisa tu desempeño:

9 puntos - Excelente.

De 6 a 8 puntos - Bien.

De 4 a 5 puntos - Suficiente.



Práctica transversal



3 puntos - Insuficiente.

Una de las aplicaciones del lenguaje algebraico se observa en las fórmulas que se aplican a la economía para el ingreso, costo y utilidad dentro de un balance.

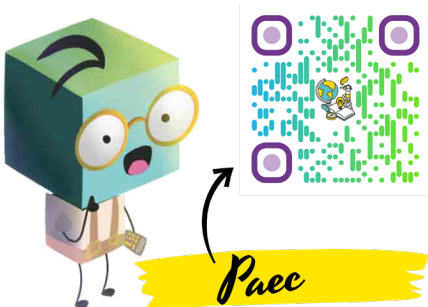
- El ingreso se define con el precio del producto por la cantidad vendida.
- El costo es la suma del costo fijo más el costo variable por cantidad producida.
- La utilidad es la diferencia entre el ingreso y el costo.

A partir del lenguaje común representa estos conceptos aplicando lenguaje algebraico.

Una vez que has convertido el lenguaje común de la economía a lenguaje algebraico, resuelve el siguiente planteamiento.

Una cooperativa escolar produce libretas artesanales. El precio de venta por libreta es de \$50. El costo fijo mensual es de \$1 000 y el costo variable por libreta es de \$20.

- ¿Cuál es el ingreso si venden 80 libretas? _____
- ¿Cuál es el costo si producen 80 libretas? _____
- ¿Cuál es la utilidad obtenida? _____



Pensamiento matemático 2

Introducción al álgebra



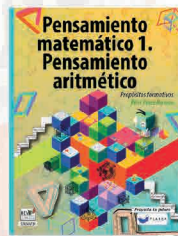
La Editorial Planea tiene como misión crear materiales didácticos de calidad, con los contenidos adecuados para impactar positivamente en la formación de los estudiantes, desarrollando sus conocimientos, habilidades y actitudes, que los transformen en jóvenes capaces de comprender su entorno e influir en él, aprender de manera autónoma a largo de su vida, ser consciente de sus destrezas para resolver problemas y aceptar retos que lo ayuden a alcanzar sus metas, ser sensibles al arte y sus expresiones, asimismo activar la participación ciudadana que reafirme su conciencia cívica y ética, fomentando una actitud respetuosa a la interculturalidad, diversidad de creencias, valores e ideas, asumiendo un pensamiento crítico que ayude al desarrollo sustentable de su comunidad.

El libro de **Pensamiento Matemático 2. Introducción al álgebra**, está desarrollado bajo los Principios de la Nueva Escuela Mexicana, teniendo como eje rector el Nuevo Modelo Educativo de la Educación Media Superior y el programa de estudio por propósitos formativos, el cual propone la siguiente meta de aprendizaje:

- Entienda al lenguaje algebraico como un medio de representación de situaciones cotidianas y escolares para estimular el pensamiento abstracto.

En la Editorial Planea tenemos un compromiso por desarrollar materiales que cumplan con las expectativas de las comunidades educativas.

Titulos relacionados



771-159-1900
www.editorialplanea.com.mx