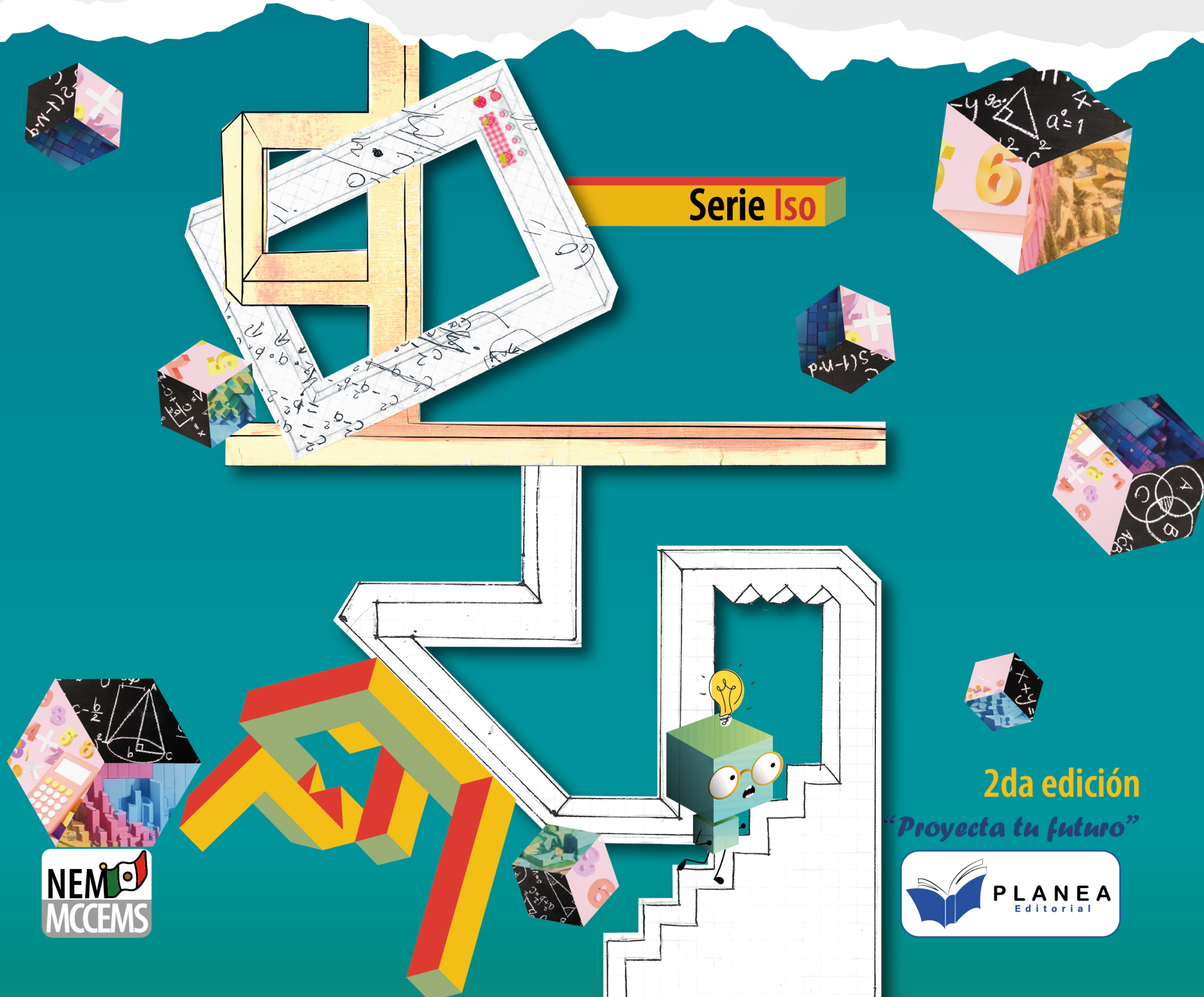
# Pensamiento matemático 2

Andrés Huesca Lozano



Serie Iso

2da edición

"Proyecta tu futuro"

NEM MCCEMS

PLANEA Editorial

**Este libro pertenece a:**

_______________________________________

El arte tiene diferentes aristas, en la actualidad se cuenta con inteligencia artificial que interpreta los conceptos abordados en el presente libro como son: álgebra, aritmética, geometría y funciones, las cuáles plasma por medio de una imagen que encierra sus significados.


**Segunda Edición 2025**

**Copyright © Editorial Planea**

**ISBN:** 978-607-5902-16-6

*Impreso en México*

**Contacto:** 771-655-6186

**Correo electrónico:**
informes@editorialplanea.com.mx



**Editor en jefe:** Cosme Lorenzo Rodríguez

**Autor:** Andrés Huesca Lozano

**Revisión técnica:** Cosme Lorenzo Rodríguez

**Diseño:** Nasbbi Irazú Portes Loeza

**Imágenes:** Adobe Stock

# Presentación

En la Editorial Planea estamos comprometidos por ofrecer materiales didácticos de alta calidad, apegados al Nuevo Modelo Educativo de la Educación Media Superior. Nos basamos en la premisa que el aprendizaje debe ser situado, es decir, estar vinculado con el entorno del estudiante.

De acuerdo con el enfoque oficial Pensamiento Matemático debe concebirse como un Recurso Sociocognitivo, que ayude al desarrollo del pensamiento cuantitativo en las y los estudiantes, de tal modo que sean capaces de comprender de mejor manera los fenómenos naturales y sociales, pero también, que les sea útil en su vida cotidiana.

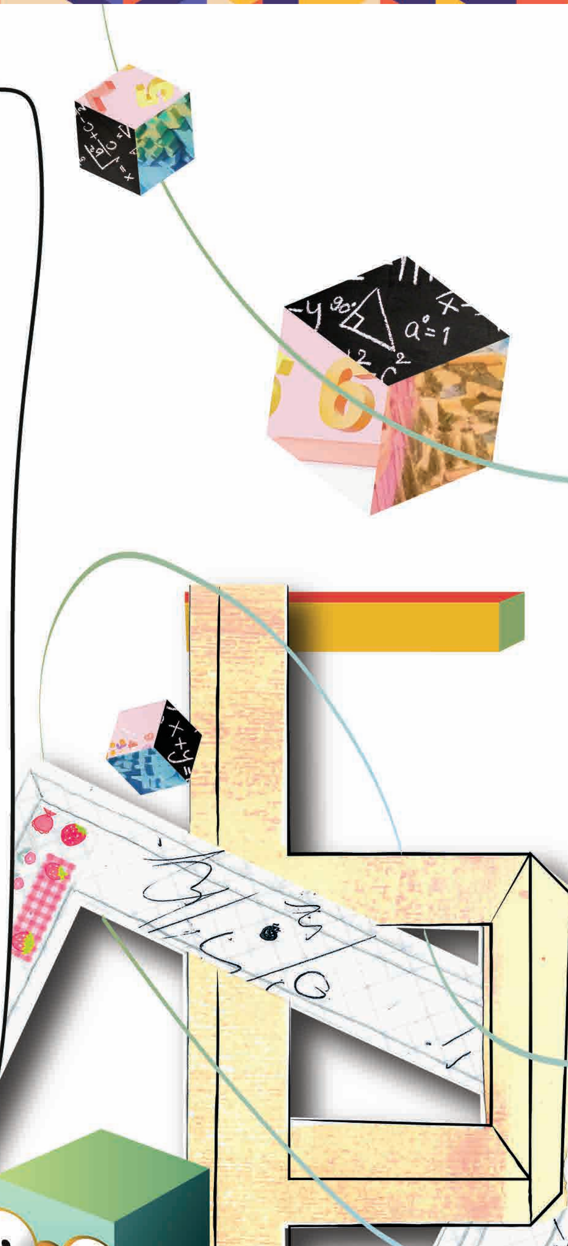
Este libro se encuentra apegado al 100% al programa de estudio basado en progresiones de aprendizaje del Nuevo Modelo Educativo de la Educación Media Superior, abordando las categorías y subcategorías para lograr los aprendizajes meta que propone el programa de Pensamiento Matemático II.

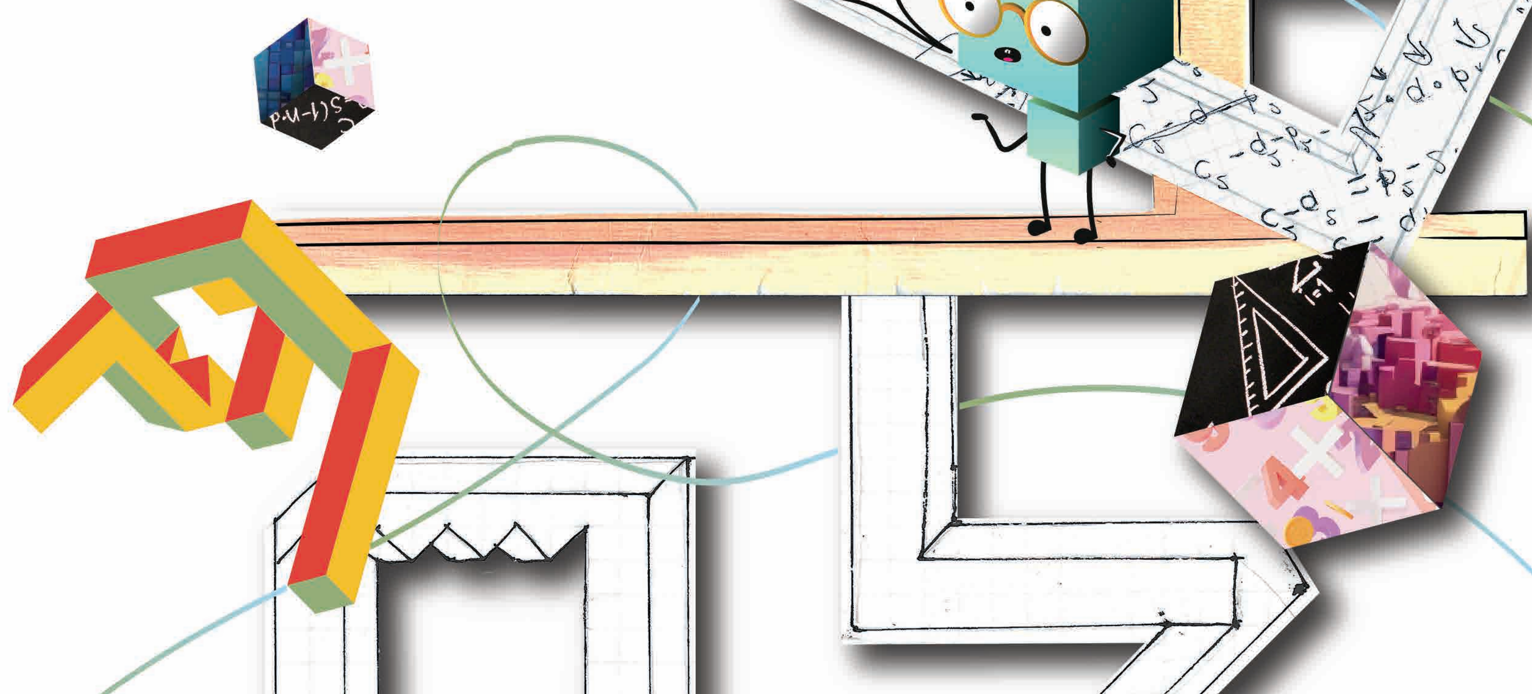
El libro de Pensamiento Matemático II tiene la intención tanto de ser útil, como interesante para sus diferentes usuarios. Por lo mismo, los contenidos del curso son explicados de manera sencilla, procurando ubicarlos dentro del contexto y la situación apropiadas y referidas a situaciones prácticas.

Se pretende que el libro ayude a los estudiantes a adaptarse a las dinámicas sociales características de la época en que vivimos, y que les brinde un aprendizaje continuo, inclusivo, pluricultural, colaborativo y equitativo, basado en los principios de la Nueva Escuela Mexicana.

Estimado estudiante:

Este libro, está diseñado para ti, con la finalidad que puedas desarrollar tus conocimientos y habilidades de pensamiento matemático.
Esperamos lo disfrutes y aprendas.





# La Nueva Escuela Mexicana NEM

La Nueva Escuela Mexicana (NEM) parte de un diagnóstico donde la educación se entendía como tres ciclos sin conexión, la educación básica (preescolar, primaria y secundaria), la educación media superior y la educación superior, con base en este diagnóstico se construye una propuesta donde la educación debe ser entendida para toda la vida, bajo el concepto de aprender a aprender, la actualización continua, adaptación a los cambios y el aprendizaje permanente.

La NEM propone un plan de 23 años en los diferentes niveles educativos, los cuales estén interconectados entre sí, donde se potencialice la formación integral de las niñas, niños, adolescentes y jóvenes con el objetivo de promover el aprendizaje de excelencia, inclusivo, pluricultural, colaborativo y equitativo a lo largo de su formación.

Para alcanzar el bienestar y la prosperidad incluyente, la NEM se fundamenta en los siguientes principios:

**Fomento de la identidad con México.** El amor a la patria, el aprecio por su cultura, el conocimiento de su historia y el compromiso de los valores plasmados en la Constitución Política, son las acciones que forman este principio.

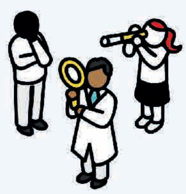
**Responsabilidad ciudadana.** El principio implica la aceptación de derechos y deberes personales y comunes, el respeto por los valores cívicos por parte de los estudiantes formados en la NEM es esencial para transmitir los valores de honestidad, respeto, justicia, solidaridad, reciprocidad, lealtad, libertad, equidad y gratitud.

**Honestidad.** Se destaca este valor dentro de la responsabilidad social de los estudiantes, el cual permite formar una sociedad con base en la confianza y el sustento de la verdad de todas las acciones para permitir una sana relación entre los ciudadanos.

**Respeto de la dignidad humana.** Promover el respeto irrestricto a la dignidad y los derechos humanos de las personas, con base en la convicción de la igualdad de todos los individuos en derechos, trato y oportunidades.

**Respeto por la naturaleza y cuidado del medio ambiente.** La conciencia ambiental favorece la protección y conservación del medio ambiente, la prevención de la contaminación y cambio climático comienza con la educación del desarrollo sostenible.

**Promoción de la interculturalidad.** El aprecio y la comprensión por la diversidad cultural y lingüística, así como, el diálogo y el intercambio cultural es una fuerza motriz para tener una vida intelectual, afectiva, moral y espiritual.



**Participación en la transformación de la sociedad.** La superación de cada persona por iniciativa propia es la base de este principio, el sentido social de la educación permite construir relaciones cercanas, solidarias y fraternas que superan las indiferencias y la apatía por transformar la sociedad.

**Promoción de la cultura de la paz.** El objetivo de la agenda 2030 que promueve "Paz, justicia e instituciones sólidas", tiene como fundamento promover sociedades pacíficas, inclusivas, que faciliten el desarrollo sostenible, el acceso a la justicia para todos y la construcción a todos los niveles de instituciones eficaces e inclusivas que rindan cuentas.

# Conoce tu libro

Dentro del libro se encuentra desarrollado el Nuevo Modelo Educativo de la Educación Media Superior, el cual se basa en un programa de estudio por progresiones de aprendizaje, las cuales se desarrollan en tres momentos que son:

**Apertura.** En este primer momento se busca despertar el interés y la motivación del estudiante por el tema que se va a abordar.

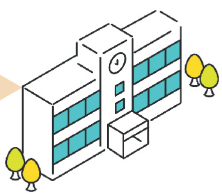
**Desarrollo.** Se presenta el contenido y se realiza una explicación clara y detallada de los conceptos clave.

**Cierre.** En este último momento se busca consolidar los aprendizajes y hacer una evaluación del proceso.

También se encuentran las secciones:

**Evaluación diagnóstica.** Se encuentra al inicio de cada unidad de aprendizaje, ayuda a identificar las fortalezas y debilidades con los temas que se van a abordar.

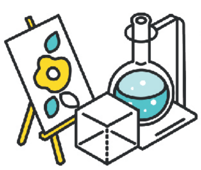
**Aprendizaje situado en contextos:**



**Escuela**

**Aula**

**Comunidad**



**Actividades transversales.**

Donde se enlazan los aprendizajes de los recursos sociocognitivos con las disciplinas de las áreas de conocimiento.

**Actividades socioemocionales.**

El curriculum ampliado se vincula con los recursos sociocognitivos, áreas de conocimiento por medio de los diferentes ámbitos de los recursos socioemocionales que están presentes en este tipo de actividades.

**Prácticas de aprendizaje.** La mejor manera de aplicar los conocimientos y habilidades aprendidas es a través de este tipo de prácticas, las cuales están numeradas, ubicadas en un contexto de aprendizaje y potencializando un principio de la NEM, como se muestra en el siguiente ejemplo:


**Lectura NEM.** Es una actividad de comprensión lectora que aborda uno de los principios de la Nueva Escuela Mexicana.

**Evaluación de la unidad de aprendizaje.** Son reactivos que abordan los temas de cada unidad de aprendizaje.

**Categorías, subcategorías y metas de aprendizaje.** Cada progresión tiene al inicio las categorías, subcategorías y metas de aprendizaje que aborda su contenido como se muestra a continuación:


**Proyecto Aula - Escuela - Comunidad (PAEC).** En estos códigos QR podrás realizar las actividades de las progresiones que son parte del PAEC.

**Maestro Iso.** Cada vez que veas al maestro Iso te explica la progresión de manera dinámica escaneando el código QR.

# Progresiones de aprendizaje

1. Compara, considerando sus aprendizajes de trayectoria, el lenguaje natural con el lenguaje matemático para observar que este último requiere de precisión y rigurosidad.

2. Revisa algunos elementos de la sintaxis del lenguaje algebraico considerando que en el álgebra buscamos la expresión adecuada al problema que se pretende resolver (utilizamos la expresión simplificada, la expresión desarrollada de un número, la expresión factorizada, productos notables, según nos convenga).

3. Examina situaciones que puedan modelarse utilizando lenguaje algebraico y resuelve problemas en los que se requiere hacer una transliteración entre expresiones del lenguaje natural y expresiones del lenguaje simbólico del algebra.

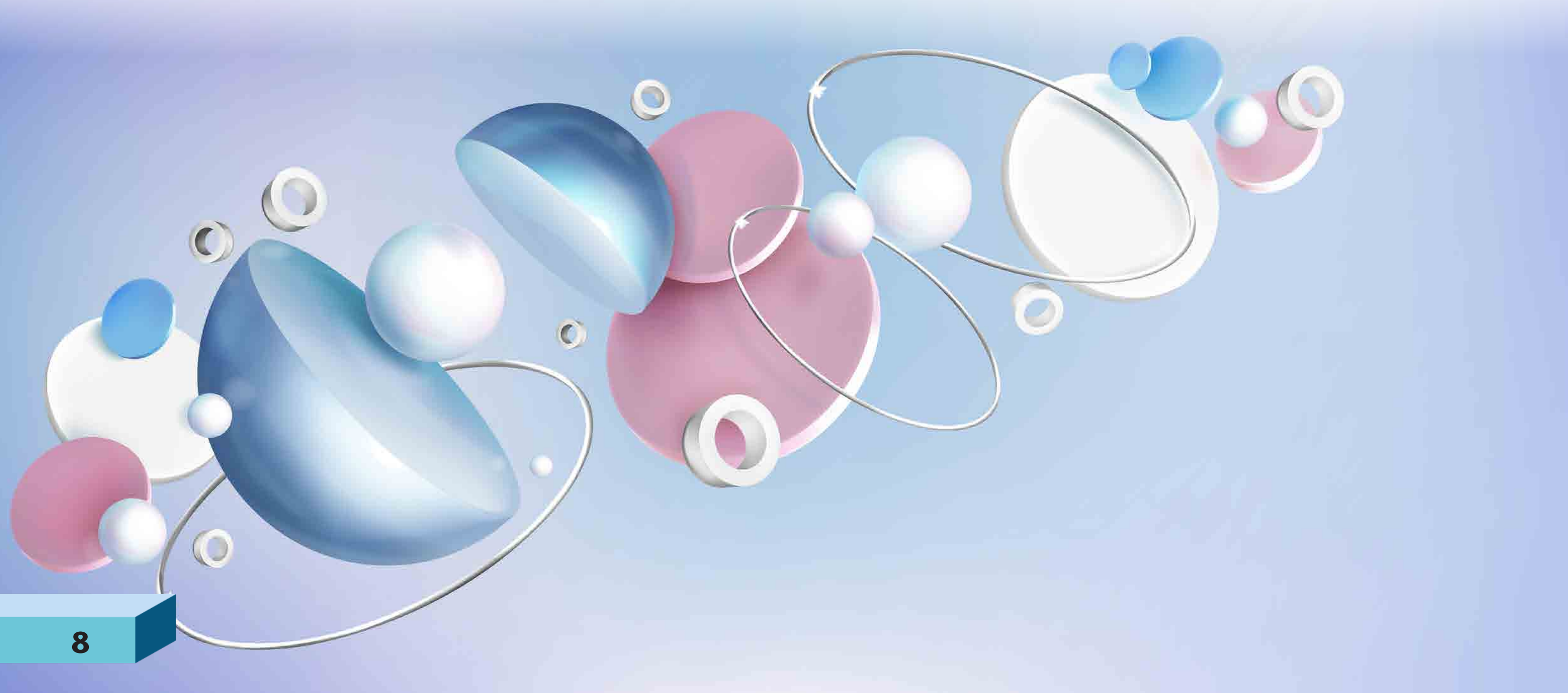
4. Explica algunas relaciones entre números enteros utilizando conceptos como el de divisibilidad, el de número primo o propiedades generales sobre este conjunto numérico, apoyándose del uso adecuado del lenguaje algebraico.

5. Conceptualiza el máximo común divisor (M.C.D.) y mínimo común múltiplo (m.c.m.) de dos números enteros y los aplica en la resolución de problemas.

6. Revisa desde una perspectiva histórica al conjunto de los números reales, comenzando con la consideración de números decimales positivos hasta llegar a la presentación de la estructura de campo ordenado de los números reales.

7. Resuelve situaciones-problema significativas para el estudiantado que involucren el estudio de proporcionalidad tanto directa como inversa, así como también el estudio de porcentajes, empleando la estructura algebraica de los números reales.

8. Discute la conformación de un proyecto de vida considerando elementos básicos de la matemática financiera tales como interés simple y compuesto, ahorros y deudas a través de la aplicación de la estructura algebraica de los números reales y con la finalidad de promover la toma de decisiones más razonadas.

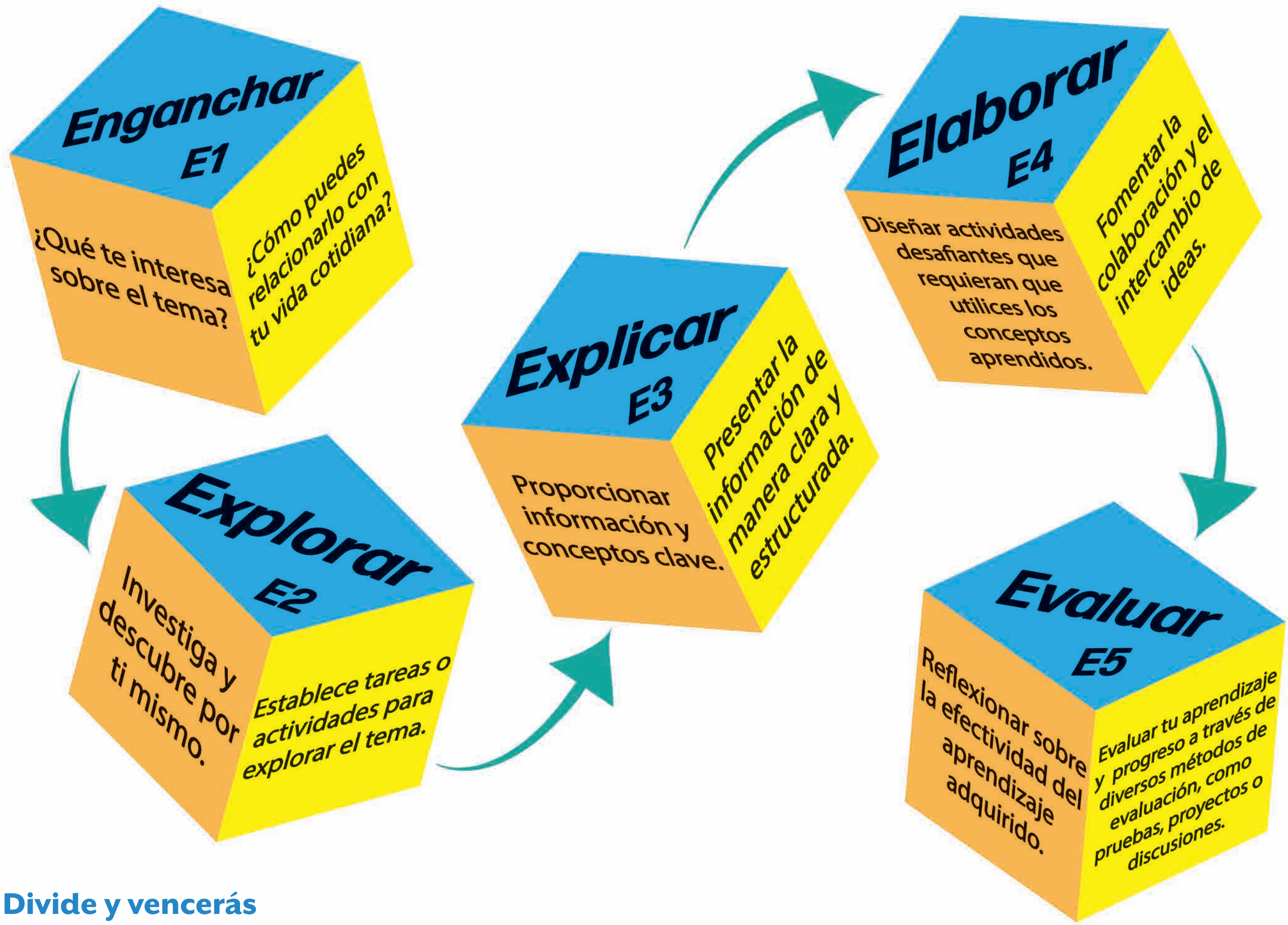


9. Conceptualiza el área de una superficie y deduce fórmulas para calcular áreas de figuras geométricas simples como rectángulos, triángulos, trapecios, etc., utilizando principios y propiedades básicas de geometría sintética.
10. Revisa el teorema del triángulo de Napoleón, considerándolo como un problema-meta en el que se aplican resultados de la geometría euclidiana como: Teorema de Pitágoras, criterios de congruencia y semejanza de triángulos, caracterizaciones de cuadriláteros concíclicos, entre otros.
11. Emplea un sistema de coordenadas y algunos elementos básicos de geometría analítica como la distancia entre dos puntos en el plano para calcular áreas de figuras geométricas básicas y compara estos resultados con los cálculos obtenidos empleando principios básicos de geometría sintética.
12. Modela situaciones y resuelve problemas significativos para el estudiantado tanto de manera algebraica como geométrica al aplicar propiedades básicas de funciones lineales, cuadráticas y polinomiales.
13. Resuelve problemáticas provenientes de las áreas del conocimiento que involucren la resolución de sistemas de ecuaciones lineales y considera una interpretación geométrica de estos sistemas.
14. Modela situaciones y resuelve problemas en los que se busca optimizar valores aplicando el teorema fundamental de la programación lineal y combinando elementos del lenguaje algebraico que conciernen al estudio de desigualdades y sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

# Estrategias para trabajo colaborativo

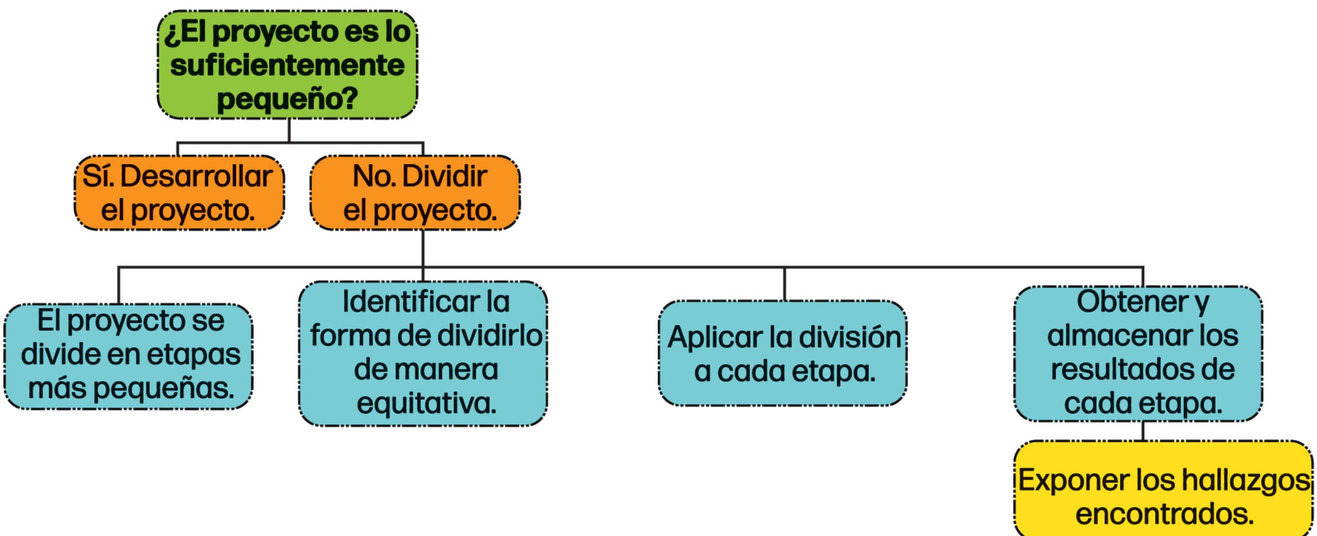
## Estrategia 5E

Es una estrategia utilizada en educación para el trabajo colaborativo y diseño de proyectos, consiste en:




## Divide y vencerás

Consiste en no ver un proyecto como una unidad, sino como una serie de etapas que pueden desarrollarse de manera individual para después integrar y exponer los hallazgos encontrados, a continuación se muestran los pasos a seguir.



# Contenido


## Unidad de aprendizaje 1. Lenguaje matemático

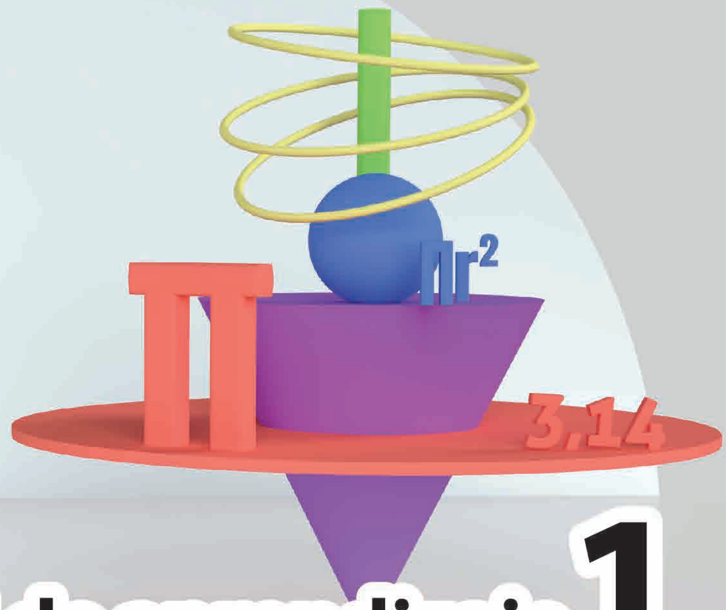
Lenguaje natural y matemático .......... 16
Sintaxis del lenguaje algebraico .......... 23
Cómo utilizar el lenguaje algebraico .......... 29
Propiedades de los números enteros .......... 34
Máximo común divisor y mínimo común múltiplo .......... 40

## Unidad de aprendizaje 2. Números y geometría

Conjunto de los números reales .......... 53
Proporcionalidad y porcentajes .......... 60
Matemáticas financieras .......... 69
Propiedades de la geometría sintética .......... 78
Principios de la geometría euclidiana .......... 83

## Unidad de aprendizaje 3. Geometría analítica, funciones y ecuaciones

Principios de la geometría analítica .......... 105
Propiedades básicas de las funciones polinomiales .......... 115
Resolución de sistemas de ecuaciones lineales .......... 134
Optimización matemática .......... 135


# Unidad de aprendizaje 1
## Lenguaje matemático

**Categorías de aprendizaje:**

- **C1** Procedural.

  *Subcategorías:*
  - ☐ **S1.1** Elementos aritmético-algebraicos.
  - ☐ **S1.2** Elementos geométricos.

- **C2** Procesos de intuición y razonamiento.

  *Subcategorías:*
  - ☐ **S2.1** Capacidad para observar y conjeturar.
  - ☐ **S2.2** Pensamiento intuitivo.
  - ☐ **S2.3** Pensamiento formal.

- **C3** Solución de problemas y modelación.

  *Subcategorías:*
  - ☐ **S3.1** Capacidad para observar y conjeturar.
  - ☐ **S3.2** Construcción de modelos.
  - ☐ **S3.3** Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios.

- **C4** Interacción y lenguaje matemático.

  *Subcategorías:*
  - ☐ **S4.1** Registro escrito, simbólico, algebraico e iconográfico.
  - ☐ **S4.2** Negociación de significados.
  - ☐ **S4.3** Ambiente matemático de comunicación.

**Meta de aprendizaje:**

- » **M1.1** Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos, de las ciencias y de su entorno.
- » **M1.2** Analiza los resultados obtenidos al aplicar procedimientos algorítmicos propios del Pensamiento Matemático en la resolución de problemáticas teóricas y de su contexto.
- » **M1.3** Comprueba los procedimientos usados en la resolución de problemas utilizando diversos métodos, empleando recursos tecnológicos o la interacción con sus pares.
- » **M2.2** Desarrolla la percepción y la intuición para generar conjeturas ante situaciones que requieren explicación o interpretación.
- » **M3.2** Construye un modelo matemático, identificando las variables de interés, con la finalidad de explicar una situación o fenómeno y/o resolver un problema tanto teórico como de su entorno.
- » **M3.3** Aplica procedimientos, técnicas y lenguaje matemático para la solución de problemas propios del Pensamiento Matemático, de Áreas de Conocimiento, Recursos Sociocognitivos, Recursos Socioemocionales y de su entorno.
- » **M4.1** Describe situaciones o fenómenos empleando rigurosamente el lenguaje matemático y el lenguaje natural.
- » **M4.2** Socializa con sus pares sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema tanto teórico como de su entorno.

**Aprendizaje de trayectoria:**

- Valora discursos y expresiones provenientes de múltiples fuentes, situaciones y contextos para comprender, interactuar y explicar la realidad en la que vive; así como tomar decisiones pertinentes en lo individual y social.
- Adopta procesos de razonamiento matemático tanto intuitivos como formales tales como observar, intuir, conjeturar y argumentar, para relacionar información y obtener conclusiones de problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades, y de la vida cotidiana).
- Valora la información y toma una postura ante la información de diversos tipos de textos para ampliar sus conocimientos, perspectivas, críticas y experiencias que proporciona elementos para decidir sobre su vida personal, profesional y social.

**Progresiones:**

**1.** Compara, considerando sus aprendizajes de trayectoria, el lenguaje natural con el lenguaje matemático para observar que este último requiere de precisión y rigurosidad.

**2.** Revisa algunos elementos de la sintaxis del lenguaje algebraico considerando que en el álgebra buscamos la expresión adecuada al problema que se pretende resolver (utilizamos la expresión simplificada, la expresión desarrollada de un número, la expresión factorizada, productos notables, según nos convenga).

**3.** Examina situaciones que puedan modelarse utilizando lenguaje algebraico y resuelve problemas en los que se requiere hacer una transliteración entre expresiones del lenguaje natural y expresiones del lenguaje simbólico del algebra.

**4.** Explica algunas relaciones entre números enteros utilizando conceptos como el de divisibilidad, el de número primo o propiedades generales sobre este conjunto numérico, apoyándose del uso adecuado del lenguaje algebraico.

**5.** Conceptualiza el máximo común divisor (M.C.D.) y mínimo común múltiplo (m.c.m.) de dos números enteros y los aplica en la resolución de problemas.

# Presentación

En la presente unidad estudiarás algunos conceptos básicos del lenguaje matemático, el lenguaje algebraico y sus aplicaciones. Conocerás el conjunto de los números enteros y un par de procedimientos denominados máximo común divisor y mínimo común múltiplo.

La unidad de aprendizaje presente sigue el siguiente esquema temático:

**Unidad de aprendizaje 1. Lenguaje matemático**

- Progresión 1
  Lenguaje natural y matemático
- Progresión 2
  Sintaxis del lenguaje algebraico
- Progresión 3
  Cómo utilizar el lenguaje algebraico
- Progresión 4
  Propiedades de los números enteros
- Progresión 5
  Máximo común divisor y mínimo común múltiplo

# Evaluación diagnóstica

*Responde las siguientes preguntas*

1. Escribe con lenguaje matemático la siguiente expresión: a es menor o igual que b.

2. ¿Qué es una variable en álgebra?

3. ¿Cuál es el conjunto de los números enteros negativos?

4. En la expresión $x^2$, ¿cuál es la base y cuál es el exponente?

5. ¿En qué consiste el principio de divisibilidad?

6. ¿Cómo se define un número primo?

7. ¿Qué es el máximo común divisor de dos o más números?

8. ¿Qué es el mínimo común múltiplo de dos o más números?

9. Encuentra el MCD de 90 y 54.

10. ¿Cuál es el mcm de 22 y 88?

# Lenguaje natural y matemático

## Apertura

Alguna vez te has planteado preguntas como:

1. ¿Por qué es importante saber cómo traducir expresiones matemáticas y simbólicas al lenguaje natural?
2. ¿Qué utilidad puede tener para tu vida cotidiana el que sepas pensar y escribir en un lenguaje matemático?
3. ¿Sabes cómo encontrar el valor de una expresión algebraica?
4. ¿Qué información podrías recabar de una gráfica que represente valores matemáticos?

Las matemáticas están alrededor, en muchas de las actividades de la vida diaria. Es mediante el lenguaje que es posible trabajar con números, patrones, procesos y reglas que están presentes en nuestro mundo. Los números nos proporcionan una manera de comprender el entorno, así como modelar y predecir fenómenos, tanto naturales como sociales.

Desde las primeras civilizaciones humanas hasta el día de hoy, en todo el mundo se emplean a las matemáticas para desarrollar métodos que permiten construir edificios, contar rebaños, desarrollar el comercio y en general, presentar información a partir de la cuantificación de los fenómenos. También son el sustento y herramienta de la mayoría de las ciencias y han sido responsables en buena parte, del increíble progreso de la humanidad a lo largo de los siglos.

El lenguaje de las matemáticas representa por sí mismo un medio para transmitir información, la cual utiliza la lengua natural, pero se sustenta en el lenguaje matemático. En todas partes del mundo, con independencia de la lengua que se hable o las creencias que se tengan, los enunciados expresados en lenguaje matemático son totalmente comprensibles.

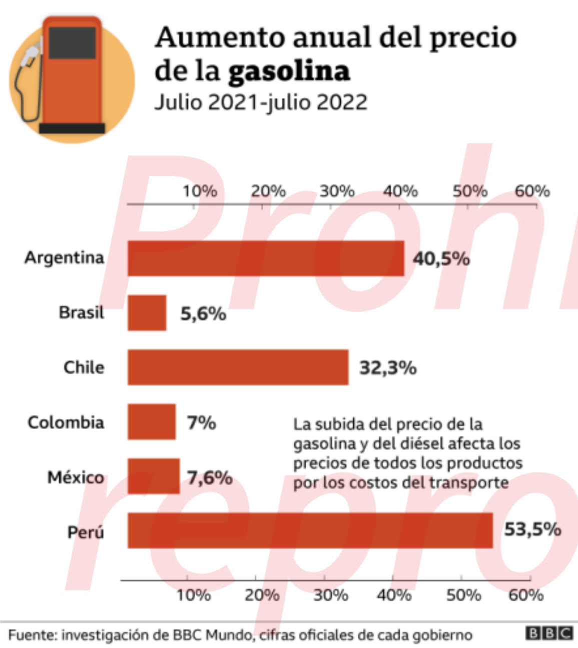



*Figura. Representación gráfica del precio de la gasolina en diferentes países de Latinoamérica. Fuente: BBC Mundo. https://www.bbc.com/mundo/noticias62716386*

De tal modo, se desea transmitir determinada información, en donde se realice una comparación entre dos o más valores, el lenguaje matemático ayuda a realizar este proceso, por ejemplo, en la siguiente ilustración se utiliza un gráfico de barras horizontales que muestra mediante porcentajes el aumento anual del precio de la gasolina en diferentes países.

A partir de la información se pueden encontrar relaciones entre los números. Por ejemplo, se muestra que el incremento del precio de la gasolina en México es menor que el incremento en Perú, el cual fue el más grande.

En matemáticas, se usan símbolos para representar relaciones entre cantidades. Por ejemplo, la letra G representa el incremento del precio en la gasolina, entonces, la relación entre el incremento del precio en la gasolina en México y Perú se puede escribir de esta manera:

$$G(\text{México}) < G(\text{Perú})$$

## Desarrollo

### Traducir expresiones

Todo lenguaje representa una convención social de manera que, de común acuerdo, se le concede un significado a cierta expresión, palabra, símbolo o signo, este significado que poseen los elementos lingüísticos nos sirve para expresar ideas a otras personas, es decir, al establecer significados que todos comprenden se logra la comunicación.

Los lenguajes están construidos a partir de una parte hablada y de otra parte escrita, en donde esta última está representada por un conjunto de signos escritos (letras, comas y puntos, acentos, caracteres especiales, etc.) los cuales dependiendo de su disposición cambiarán su significado, por ejemplo, las palabras cara y arca contienen las mismas letras, sin embargo, por su disposición diferente adquieren nuevos significados.

El lenguaje de las matemáticas funciona esencialmente de la misma forma que un lenguaje natural, sin embargo, opera mediante abstracciones que indican relaciones de valor numérico, magnitudes y procedimientos.

Para representar ideas en matemáticas nos valemos de símbolos y expresiones. Los que principalmente se utilizarán a lo largo del curso de Pensamiento Matemático II se encuentran compilados en la siguiente lista:

| Símbolos de operación | | |
|---|---|---|
| **Operación** | **En símbolos** | **En palabras** |
| *Suma* | $a + b$ | La suma de a y b |
| *Sustracción* | $a - b$ | La diferencia de a y b |
| *Multiplicación* | $a \times b,\ a \cdot b,\ ab,\ (a)(b),\ a(b),\ (a)b$ | El producto de a y b |
| *División* | a ÷ b, a/b, $\frac{a}{b}$ | El cociente de a y b |

**Símbolos de comparación**

| Símbolos | En palabras |
|---|---|
| $a = b$ | *a es igual a b* |
| $a \neq b$ | *a no es igual a b* |
| $a < b$ | *a es menor que b* |
| $a \leq b$ | *a es menor o igual que b* |
| $a \nless b$ | *a no es menor que b* |
| $a > b$ | *a es mayor que b* |
| $a \geq b$ | *a es mayor o igual que b* |
| $a \ngtr b$ | *a no es mayor que b* |
| $a \Leftrightarrow b$ | *a es equivalente a b* |

## Glosario

***Variables***

Son caracteres que pueden simbolizar un valor, el cual es desconocido.

## Variables

Cuando se emplea una letra, como “$a$ ” o “$b$” para representar un número o grupo de números, entonces se dice que “$a$ ” o “$b$” son variables, ya que el valor de cada una de estas letras puede variar según lo requiera la expresión.

El uso de las letras para representar variables en las matemáticas se puede extender hacia cualquier letra del alfabeto. Por lo común, se emplean las letras “$a$” y “$b$” para representar la relación entre dos números, pero también se suelen emplear a “$x$” y “y” con el mismo fin. En la siguiente tabla, se empleará a “$x$” y “y” con el fin de mostrar algunas traducciones entre oraciones escritas en lenguaje común y sus expresiones equivalentes en lenguaje matemático:

| Lenguaje común | Lenguaje matemático |
|---|---|
| La suma de $x$ y 3 es menor que 8. | $x + 3 < 8$ |
| El producto de 2 y $x$ es 20. | $2x = 20$ |
| El cociente de $x$ y 2 es 4. | $x/2 = 4$ |
| El doble de la diferencia entre $x$ y 8 es mayor que 12. | $2\,(x - 8) > 12$ |
| La diferencia de dos veces $x$ y 6 es mayor que 18. | $2x - 6 > 18$ |

## Práctica de aprendizaje No. 1

*Completa la siguiente tabla del lenguaje natural al lenguaje algebraico o viceversa.*

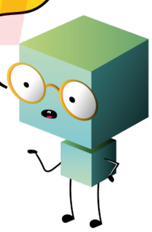
| Lenguaje natural | Lenguaje algebráico |
|---|---|
| La suma de $x$ y 10 es menor que 30. | |
| El producto de 2 y $x$ es 40. | |
| | $x/\,5 = 10$ |
| El doble de la diferencia entre $x$ y 7 es mayor que 14. | |
| | $2x - 10 < 12$ |

## Exponentes

Considera la expresión $2^5$. El 2 se llama base y el 5 se llama exponente. El exponente 5 nos dice la cantidad de veces que aparece la base en el producto de sí misma. Esto es: $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$

Se dice que la expresión $2^5$ está en notación exponencial, mientras que $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ está en notación desarrollada. Ambas son expresiones del lenguaje matemático.

En álgebra, una base es un número el cual se encuentra elevado a una potencia. Por otra parte, cuando se desconoce qué número se encuentra elevado a un exponente simplemente se expresará como “una variable que se encuentra elevada a una potencia”.
Por ejemplo: $x^5$



Con la finalidad de comprender el uso de los exponentes analiza lo siguiente:

1. Disponer en notación desarrollada $7^3$ y encuentra su valor.
   **Solución.** Se debe desarrollar una base 7 con exponente 3: $7^3 = 7 \cdot 7 \cdot 7 = 343$

2. Disponer en notación desarrollada a $5^4$ y encuentra su valor.
   **Solución.** Se debe desarrollar una base 5, con exponente 4: $5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$

3. Disponer en notación exponencial $8 \cdot 8 \cdot 8$ y encuentra su valor.
   **Solución.** Se conoce que la base es 8 y se multiplica 3 veces por si mismo, por lo tanto: $8 \cdot 8 \cdot 8 = 8^3 = 512$

## Práctica de aprendizaje No. 2

*Escribe en notación desarrollada las expresiones en notación exponencial y viceversa las siguientes operaciones y encuentra su resultado.*

| Expresión exponencial | Expresión desarrollada | Resultado |
|---|---|---|
| $2^5$ | | |
| | $4 \cdot 4 \cdot 4$ | |
| $6^4$ | | |
| | $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ | |
| $9^3$ | | |
| | $12 \cdot 12$ | |

## Orden de operaciones

Dentro del lenguaje matemático es de gran relevancia saber cómo evaluar expresiones aritméticas, de tal forma que una expresión solo pueda tener una solución. Como ejemplo consideremos la siguiente expresión:

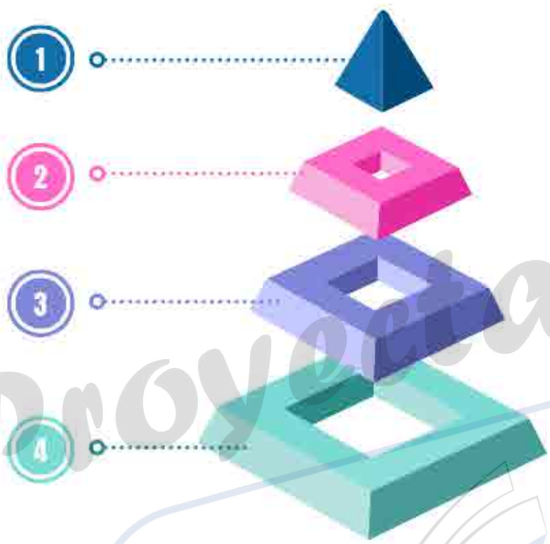
$$5 \cdot 2 + 3$$

Si primero se suma 2 y 3, y después se multiplica por 5, entonces tendría como solución a 25. Por otro lado, si primero se calcula el producto de 5 y 2, y posteriormente se suma 3, la respuesta es 13. La expresión $5 \cdot 2 + 3$ pareciera tener dos respuestas dependiendo de la decisión, por un lado, multiplicar primero $5 \cdot 2$, o bien, realizar en primera instancia la suma de $2 + 3$. Para evitar esta confusión se deben seguir un conjunto de reglas para evaluar expresiones, el cual es conocido como *"jerarquía de operaciones"*.

## Jerarquía de operaciones

Se define como el orden preestablecido que deben de seguir las operaciones aritméticas dentro de una expresión. Es una convención que se utiliza para realizar cálculos en donde se combine más de una operación (suma, resta, multiplicación, división, etcétera).

El orden que deben de seguir las operaciones al evaluar una expresión matemática, es el siguiente:




Se comienza con las expresiones que se encuentren entre paréntesis o corchetes. ( ) [ ] { }

Se realizan todas las operaciones con exponentes y raíces, comenzando de izquierda a derecha si está presente más de una de estas expresiones. $2^2$, $\sqrt{16}$

Posteriormente se resuelven todas las multiplicaciones y divisiones de izquierda a derecha. $\div$, $\cdot$

Al final se realizan todas las sumas y restas de izquierda a derecha. +, -

Es momento de realizar algunos ejemplos para comprender la jerarquía de operaciones.

**1.** Simplifica la expresión $7 + 2\,(8 + 4)$.

**Solución**

**a)** Comenzamos simplificando las operaciones ubicadas dentro de los paréntesis: $7 + 2\,(12)$

**b)** Ahora realizaremos las operaciones de multiplicación: $7 + 24$

**c)** Finalmente realizaremos las sumas: $7 + 24 =$ **31**

**2.** Simplifica la expresión $4 \cdot 8^2 - 6 \cdot 3^2$

**Solución**

**a)** Comenzamos simplificando las exponentes: $4 \cdot 8^2 - 6 \cdot 3^2 = 4 \cdot 64 - 6 \cdot 9$

**b)** Ahora realizaremos las operaciones de multiplicación: $4 \cdot 64 = 256$

**c)** Finalmente realizaremos la resta: $256 - 54 =$ **202**

**3.** Simplifica la expresión $100 - (2 \cdot 5^2 - 20)$.

**Solución**

**a)** Como primer paso se simplificarán las operaciones ubicadas dentro del paréntesis, evaluando en primer lugar los exponentes y después realizando la multiplicación: $100 - (2 \cdot 25 - 20)$.

**b)** Ahora realizaremos la multiplicación: $100 - (50 - 20)$

**c)** A continuación realizaremos la resta dentro del paréntesis y posteriormente la resta ubicada fuera de este: $100 - (30) =$ **70**

**4.** Simplifica la expresión. $60 - 40 \div 5 + 7$

**Solución**

**a)** Comenzaremos realizando la división: $60 - 8 + 7$

**b)** Ahora realizaremos las restas y sumas de izquierda a derecha: $52 + 7 =$ **59**

**5.** Simplifica la expresión $12 + 2\,[5 + (4 \cdot 2 - 2)]$.

**Solución**

**a)** Se simplifican las operaciones ubicadas dentro del paréntesis: $12 + 2[5 + (8 - 2)] = 12 + 2(5 + 6)$

**b)** A continuación realizamos la multiplicación: $12 + 2(11)$

**c)** Finalmente realizaremos la suma: $12 + 22 =$ **34**

Como ves, el lenguaje matemático tiene sus propias reglas, que son sobre todo de tipo procedimental. No presentan mayor complicación, pero sí deben seguirse puntualmente, ya que de lo contrario, pueden presentarse soluciones erróneas. Conocer las reglas de este lenguaje es necesario para resolver problemas de índole matemática.

E4 Cierre

## Práctica de aprendizaje No. 3

*Aplicando la jerarquía de operaciones resuelve los siguientes planteamientos.*

1. $17 + 22\,(40 - 20) =$ ______
2. $4^2 \cdot 2 - 6 \cdot 2^2 =$ ______
3. $200 - (3^2 \cdot 2^2 - 24) =$ ______
4. $120 - 60 \div 12 + 65 =$ ______
5. $130 + 2\,[56 - (5 \cdot 2^2 - 4)] =$ ______

E5 Práctica de aprendizaje No. 4

*Resuelve los siguientes planteamientos traduciendo del lenguaje común al matemático, plantea la operación y resuélvela.*

1. María compra 3 kilos de manzanas a $15 por kilo, y 2 kilos de peras a $12 por kilo. Luego, recibe un descuento de $10 en la compra total. ¿Cuánto pagará María? ______

2. Se gastan $500 en comida, $200 en decoración y $150 en bebidas. Luego se dividen los gastos entre 5 personas. ¿Cuánto paga cada persona? ______

3. Ana tiene un salario mensual de $10,000. Paga el 15% de impuestos sobre su salario y luego recibe un bono de $1,000. ¿Cuánto dinero le queda después de pagar impuestos y recibir el bono?

______

4. Un paquete de datos ofrece 5 GB por $150. Si cada video consume 0.75 GB y Luis ya ha visto 4 videos, ¿cuánto debe pagar si quiere recargar el mismo paquete? ______

5. Carla tiene $3,000. Gasta $600 en ropa, el 25% en un nuevo teléfono y el resto lo ahorra. ¿Cuánto dinero ahorra? ______

# Sintaxis del lenguaje algebraico

## E1 Apertura

Comprender cómo transmitir la información de un lenguaje textual y común al lenguaje matemático del álgebra representa uno de los problemas comunes al incursionar en el estudio de las matemáticas.

Por ejemplo, imagina que el profesor solicita a las y los estudiantes de la clase que escriban “el triple de la suma de dos números”.

E2

- Alejandra escribió en su cuaderno: 3 (2 + 8).
- Katia escribió en su cuaderno: 3 $(a + b)$.

Cuando el profesor revisó lo que habían escrito los alumnos se dio cuenta que Alejandra había sido capaz de plantear el problema, pero no pudo generalizarlo empleando variables. En cambio, Katia fue la única capaz de transformar la lengua textual hacia la operación solicitada empleando una fórmula. La solución de Katia es mejor que la de Alejandra, en tanto que “$a$” y “$b$”, pueden representar cualquier número, es decir, su solución puede ser aplicada a cualquiera de los números que vayan a sumarse, mientras que el de Alejandra sólo se aplica a las suma de 2 + 8.

## E3 Desarrollo

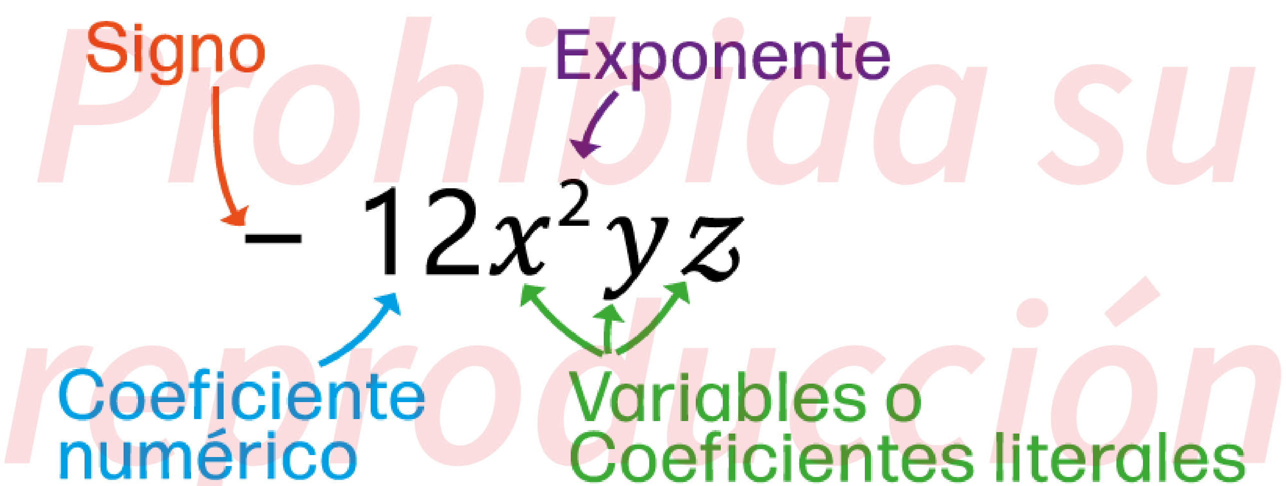
### Expresiones algebraicas

Una ***expresión algebraica*** es la representación matemática de un cálculo en el que números y variables aparecen unidos por símbolos de operación. Por ejemplo, cada una de las siguientes es una expresión algebraica:

$$6x \qquad x^2+4 \qquad 5a^3b^2 \qquad 4x^2+2x+9$$

Una expresión algebraica está compuesta por términos, los cuales a su vez están relacionados mediante operaciones aritméticas como la suma, resta, multiplicación y división.

Cada uno de estos términos podrá estar conformado por cuatro elementos: el signo, coeficiente numérico, las variables o coeficientes literales y el exponente. Observa el siguiente esquema de un término algebráico.




En las expresiones algebraicas los paréntesis indican la prioridad de unas operaciones sobre otras. La expresión $a(x + y)$ significa “*el producto de un número por la suma de otros dos*”. Es diferente de $a \cdot x + y$ que representa “*el producto de dos números sumados a un tercer número*”.

Para representar las expresiones que se emplean en el lenguaje común al matemático, se debe equiparar y traducir los significados de algunas palabras para que sean comprensibles en el lenguaje matemático y viceversa.

La palabra "es" del lenguaje común se traduce al signo "=" en el lenguaje matemático. Por ejemplo, cuando se expresa que "$x$ es 8" significa "$x = 8$".

Por otro lado, se encuentra la palabra "*producto*", la cual es un término matemático para referirse al resultado que se desprende de una multiplicación. Entonces:

*Es el producto de ocho y tres, se expresa como:* $8 \cdot 3$

En lenguaje algebraico la palabra "cociente" hace referencia a una división. Entonces, si se dice:

*El cociente de doce y cuatro, esto se escribe como:* $12 \div 4$.

En algebra se emplea la palabra "diferencia" para indicar la resta entre dos números. Por ejemplo:

*La diferencia entre once y cuatro se expresaría como:* $11 - 4$.

Para indicar en lenguaje algebraico la operación de "suma" utilizamos el termino adición. Por ejemplo:

*La adición de 2 y 5 es 7, se expresa como* $2+5=7$.

*O bien la suma de 12 y 2 es 14 se expresará como* $12 + 2 = 14$.

Si dentro de una expresión algebraica se observa la palabra "porcentaje" se escribe de forma numérica la cantidad que se indica dividiéndola entre cien. Por ejemplo:

*Si se indica el "veinte por ciento", se escribe como una fracción* $20 \div 100$

Si se indica el cincuenta por ciento, se expresará como: $50 \div 100$

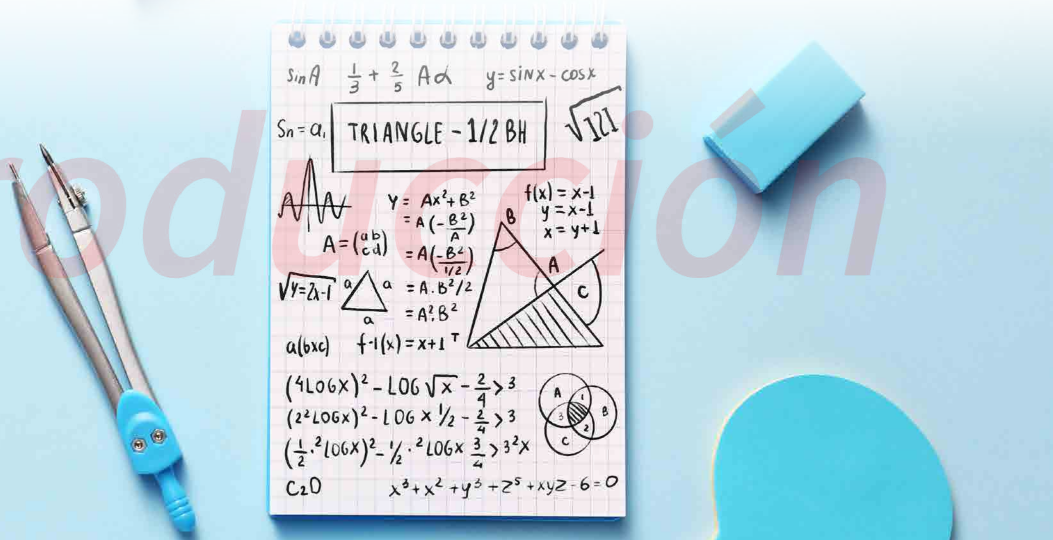
También es posible expresar el porcentaje mediante un símbolo que seguramente conoces: "%". Por ejemplo:

20%*, es una expresión que se lee como veinte por ciento.*

Para representar valores no conocidos puedes utilizar variables como "$x$" o "$y$". Por ejemplo si se te pide escribir la siguiente expresión: "el doble de un número dado más cien, será mayor que ese mismo número menos dos", en este enunciado no conocemos el número del que se habla pero conocemos algunas relaciones, de manera que puede utilizarse una variable, supongamos $x$. Entonces tendríamos la siguiente expresión:

$$2x+100 > x-2$$

¡Escanéame!



E4

# Práctica de aprendizaje No. 5

**Ejercicio 1.** *Traduce las siguientes expresiones al lenguaje matemático.*

**1.** $x$ es 2. ______

**2.** 6 es 2 por 3. ______

**3.** $y$ más 8 es 12 entre 4. ______

**4.** El producto de seis por nueve. ______

**5.** El producto de dos por la suma de tres más nueve. ______

**6.** El producto de 4 y -2. ______

**7.** El cociente de seis y dos. ______

**8.** El cociente de dieciséis y cuatro. ______

**9.** El cociente de nueve y tres. ______



**Ejercicio 2.** *Ahora soluciona las siguientes expresiones, convirtiéndolas al lenguaje matemático:*

**1.** Un tercio de veintiuno.

**2.** Una quinta parte de quince.

**3.** Una cuarta parte de doce.

**4.** La diferencia entre cinco y uno.

**5.** La diferencia entre cuatro y dos.

**6.** La diferencia entre doce y nueve.

**7.** La suma de diez y tres.

**8.** Cinco más uno.

**9.** La suma de siete y dos.

**10.** Cuarenta por ciento.

**11.** Quince por ciento.

**12.** Ocho por ciento.

**13.** Algún número es cinco.

**14.** Dos más algún número.

**15.** La suma de cuatro y un número.

**16.** El producto de tres y un número.

Ahora que se analizaron las principales expresiones que se puede encontrar en el álgebra y la forma de representarlas en el lenguaje matemático, es momento de conocer expresiones complejas que ayudaran con la comprensión del lenguaje algebraico

**Ejemplo 1.** El producto de 4 y un número es igual a 16.

**Solución.**

**a)** El primer paso es escribir el producto de 4 y un número como: $4x$
**b)** Igualarlo a 16, obteniendo: $\mathbf{4x = 16}$

**Ejemplo 2.** Once más un cuarto de doce es igual a un número menos cuatro.

**Solución.**

**a)** Se debe identificar que once más un cuarto de doce se expresa como: $11 + 12 \div 4$
**b)** Un numero menos cuatro es: $x - 4$
**c)** Por lo que la expresión completa queda: $11 + 12 \div 4 = x + 4$

**Ejemplo 3.** Cinco más el veinte por ciento de un número es veinticinco.

**Solución.**

**a)** La expresión de cinco más veinte porciento de un numero es: $5 + (20 \div 100)x$
**b)** Se iguala a veinticinco, obteniendo: $5 + (20 \div 100)\,x = \mathbf{25}$

En una expresión algebraica que ha sido planteado matemáticamente a través de variables, el valor de la expresión depende del número que se sustituya por la variable.

Por ejemplo, se tiene la expresión $x^2 + 4$, ¿cuál es su valor cuando $x$ toma el valor de 2?

Cuando → $x = 2$

La expresión → $x^2 + 4$

Se convierte → $2^2 + 4 = 4 + 4 = 8$

Como puedes ver, la expresión es 8 cuando $x$ es igual a 2.

**Ejemplo 4.** Evalúa la expresión $x^2 + 4x + 8$ cuando $x$ es 0, 1, 2, 3 y 4.

**Solución.** Al sustituir los valores dentro de la expresión obtenemos los siguientes resultados:

| Cuando $x$ es | La expresión $x^2 + 4x + 8$ se convierte en |
|---|---|
| **0** | $(0)^2 + 4\,(0)\cdot + 8 = 0 + 0 + 8 = 8$ |
| **1** | $(1)^2 + 4\,(1)\cdot + 8 = 1 + 4 + 8 = 13$ |
| **2** | $(2)^2 + 4\,(2)\cdot + 8 = 4 + 8 + 8 = 8$ |
| **3** | $(3)^2 + 4\,(3)\cdot + 8 = 9 + 12 + 8 = 29$ |
| **4** | $(4)^2 + 4\,(4)\cdot + 8 = 16 + 16 + 8 = 40$ |

P2

E5 Cierre

# Práctica de aprendizaje No. 6

*Traduce las siguientes expresiones verbales a expresiones matemáticas y obtén su resultado de acuerdo al valor asignado a la variable.*

1. El doble de un número más 5, cuando el número es igual a tres.

2. La mitad de un numero menos siete, cuando el número es 10.

3. Un número dividido entre 5 y luego sumado 8, cuando el número es 25.

4. La tercera parte de un número más doce, cuando el número es nueve.

5. Tres veces ese número más el cuadrado de ese número, cuando el número es cuatro.

6. El cuadrado de un número menos el número, cuando su valor es cinco

7. La raíz cuadrada de un número más diez, cuando su valor es treinta y seis.

8. Cuatro veces un número menos quince, cuando su valor es siete.

9. El cubo de un número menos el triple de ese número.

10. Cinco veces un número más 20 , todo dividido entre 3, cuando el valor del número es 2.

# Cómo utilizar el lenguaje algebraico



## E1 Apertura

El lenguaje algebraico es una herramienta fundamental en las ciencias, permitiendo expresar relaciones matemáticas y cuantificar fenómenos de manera precisa y generalizada. A través del uso de variables, operaciones y ecuaciones, el álgebra facilita la representación de patrones y leyes universales, lo que es esencial para diversas ramas científicas. A continuación se ahonda sobre su aplicación en cada una de estas ramas.

## E2 Desarrollo

### Lenguaje algebraico en las ciencias naturales

Las ciencias naturales, son ciencias experimentales que tienen por objeto el estudio de los fenómenos que se dan en la naturaleza, siguiendo un proceder analítico propio del método científico. Dentro de las ciencias naturales destacan la Biología, Física, Química, Geología y Astronomía.

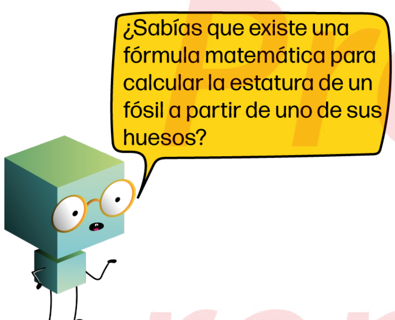
#### Expresiones algebraicas en la Física

Al realizar el cálculo de la velocidad de un objeto en movimiento. Como se sabe, se define a la velocidad como una relación entre la distancia recorrida y el tiempo empleado. En este caso, se representa la velocidad con la literal $v$, la distancia con la $d$ y el tiempo con la $t$ y la fórmula queda:

$$V = d/t$$


#### Expresiones algebraicas en la Biología

Poco a poco los biólogos han empezado a valerse de las matemáticas para sus estudios. La parte de la Biología que permite las mayores aplicaciones matemáticas y sobre todo algebraicas es la Genética, pero también pueden usarse expresiones algebraicas en distintos ámbitos de la biología.




Una manera de emplear el álgebra es a través del cálculo de restos humanos y antropología.

Los científicos han analizado y encontrado una relación entre los huesos largos de las extremidades y la altura total aproximada del individuo. La relación que se encontró para el caso de las mujeres es igual a 1.94 multiplicado por la longitud del fémur y se le agrega 72.84 centímetros (cm). Mientras que para el caso de los hombres su estatura se estima con 1.88 multiplicando a la longitud del fémur y se le agrega 81.31 centímetros.

Si se planteara como una ecuación, "$x$" es el valor de la altura que se quiere obtener, y el valor "$f$" es la longitud del fémur. A la estatura se le representa con $x$:

| *Para mujeres* | *Para Hombres* |
|---|---|
| $x = 1.94f + 72.84$ | $x = 1.88f + 81.31$ |

Imagina que el fémur encontrado tiene una longitud de 32 centímetros. Se sustituye la medida del fémur, 32 centímetros, en las fórmulas, y se realiza las operaciones. El resultado queda expresado en centímetros, y se convierte a metros, 1.34 metros para la mujer, y 1.41 metros para el hombre.

¿Cuál sería el valor de $x$ (la estatura)? Se harían las siguientes operaciones:

| | |
|---|---|
| $x = 1.94f + 72.84$<br>$x = 1.94\,(32) + 72.84$<br>$x = 62.08 + 72.84$<br>$x = 134.92\ cm = 1.34m$ | $x = 1.88f + 81.31$<br>$x = 1.88\,(32) + 81.31$<br>$x = 60.16 + 81.31$<br>$x = 141.47\ cm = 1.41m$ |

Como puedes apreciar, el caso que se usó de ejemplo, la persona era baja de estatura. A partir de estas fórmulas usadas para calcular la estatura a partir de los huesos se pueden construir tablas y gráficas.

*Lectura editada con fines didácticos. Fuente original: https://nuevaescuelamexicana.sep.gob.mx/detalle-ficha/35736/*

## E3 Lenguaje algebraico en las ciencias sociales

También puede encontrarse el uso de lenguaje algebraico en las ciencias sociales. una de las aplicaciones más visibles es en la economía y las finanzas.

El álgebra es fundamental en la economía y los negocios. La gente que se dedica a las ventas y las transacciones económicas suele hacer cálculos de sus inversiones, de las ganancias y las eventuales pérdidas. Por ejemplo, el dueño de una tienda debe decidir si tener un aparato o un equipo tecnológico guardado en sus almacenes pierde valor ya que estos equipos continuamente se están renovando.

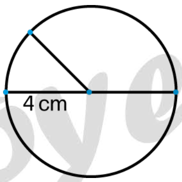
También, un empresario necesita calcular el menor precio en que una mercancía puede venderse, una vez que se cubren los gastos y se haya calculado una ganancia.

El conocimiento algebraico es necesario en los temas relacionados con tasas de venta e interés, crecimiento del mercado, así como los términos y las condiciones de un préstamo o una cuenta de inversiones.

## E4 Aplicación del lenguaje algebraico en otras áreas de las matemáticas

Las expresiones algebraicas nos permiten hallar áreas y volúmenes. a partir de expresiones algebraicas que relacionan las variables de cada figura o cuerpo geométrico, para lo cual te pido que analices los siguientes ejemplos:

**Ejemplo 1.** Se quiere calcular la longitud de la circunferencia, esto es, obtener su perímetro.Para ello, se usa la fórmula conocida.




$$L = 2\pi \cdot r$$

*Sustituyendo valores:* $L = 2 \cdot 3.1416 \times 4$

$$L = 6.283 \times 4 = 25.132\ cm.$$

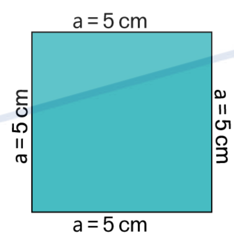
Dado que un radio es la mitad del diámetro, la fórmula también puede ser $L = \pi \cdot d$, lo cual da el mismo resultado.

**Ejemplo 2.** El área del cuadrado puede calcularse multiplicando las dimensiones de un lado por otro lado. Dado que en un cuadrado, los cuatro lados son iguales, entonces multiplicar un número por sí mismo, es lo mismo que elevarlo al cuadrado.

$$A = l^2$$

donde "$l$" es el lado del cuadrado.

Sustituyendo $A = 5^2 = 25\ cm^2$.




**Ejemplo 3.** Se pide calcular el volumen de un cubo que mide 5.5 cm de arista. En la geometría sólida se conoce como arista, a lo que en los cubos se le llama lado. La fórmula para calcular el volumen del cubo es:

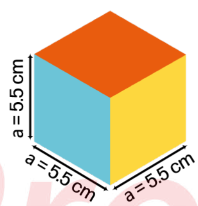
$$V = a^3$$

*donde "$a$" es la arista del cubo.*

$$V = 5.5^3$$

$$V = 5.5 \times 5.5 \times 5.5$$

$$V = 166.375\ cm^3$$



E5 Cierre

## Práctica de aprendizaje No. 7

*Como se pudo observar, el álgebra es una de las principales ramas de las matemáticas, ya que permite representar los problemas formales de la vida cotidiana en un lenguaje matemático capaz de conducir a la resolución de problemas en diversas ramas científicas. Por ejemplo, se analizó como algunas ecuaciones y variables algebraicas permiten calcular proporciones desconocidas en los fósiles. Así como, establecer las relaciones lógicas dentro de un problema de física para desarrollar una solución. A partir de los conceptos anteriores realiza una infografía digital apoyándote de las herramientas digitales que se encuentran en los códigos QR.*

¡Escanéame! ¡Escanéame! ¡Escanéame!

*Para evaluarla revisa la siguiente lista de cotejo.*

| Indicador | Si | No | Puntaje |
|---|---|---|---|
| Contiene una imagen central que enlaza el tema | | | 2 |
| Utiliza textos cortos y adecuados para la explicación del tema. | | | 2 |
| Contiene imágenes secundarias, que sean adecuadas al tema que se presenta. | | | 1 |
| Aplica las reglas ortográficas adecuadamente. | | | 1 |
| Presenta la redacción claridad, coherencia y adecuación. | | | 1 |
| Entrega en la presentación en la fecha establecida. | | | 1 |
| Expresa la infografía la comprensión del tema. | | | 2 |
| **Total** | | | |

# Práctica transversal No. 1

*En las Ciencias Naturales, Experimentales y Tecnología se utilizan una serie de teorías y leyes que explican nuestro entorno, muchas de ellas se encuentran de manera de texto y posteriormente se plantean en lenguaje matemático.*

*Realiza el cambio del lenguaje natural al lenguaje matemático de las siguientes leyes de las Ciencias Naturales y Sociales.*

1. La energía total de un sistema es igual a la suma de las energías cinética, potencial e interna.

_______________________________________________

2. En la ley de los gases ideales de Boyle – Mariotte, se describe la relación entre la presión y el volumen a temperatura constante se define que el producto de la presión por el volumen permanece constante.

_______________________________________________

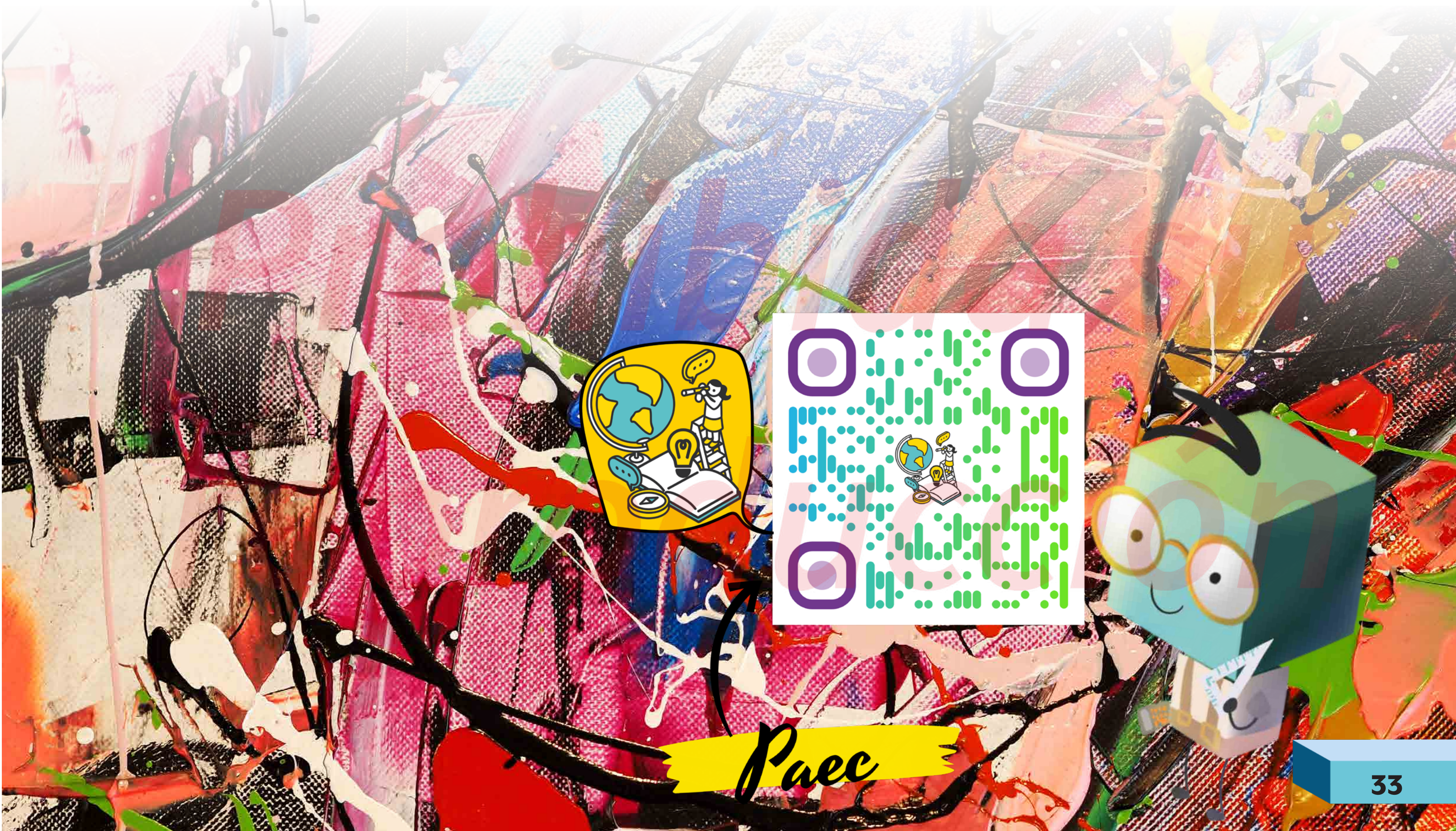
3. La utilidad de un proceso es directamente proporcional a las ventas menos los costos de producción.

_______________________________________________

4. En el arte y la arquitectura se establece la proporción áurea que se ha utilizado en diversas disciplinas para lograr equilibrio y armonía visual, la cual se define como: dos segmentos o longitudes, A y B, están en proporción áurea si su relación es la misma que la relación entre la suma de A y B y la longitud de A.

_______________________________________________





# Propiedades de los números enteros

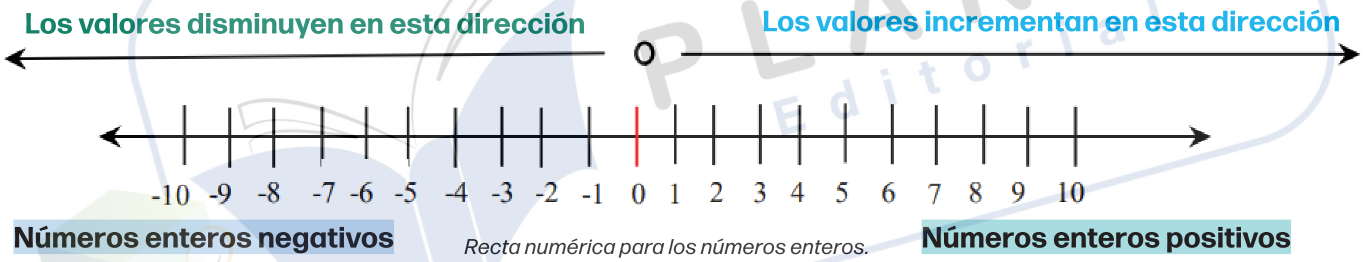
## E1 Apertura

En matemáticas, los números enteros son un grupo de números que se representan mediante el símbolo Z (debido a la antigua palabra alemana "Zahlen" para hacer referencia a los números), dentro del grupo de estos números no existen los números decimales, ni las fracciones de número.

Los números enteros son un conjunto de números integrado por todos los números naturales (números para contar), incluyendo los números naturales enteros positivos y sus inversos aditivos (ej. el inverso aditivo de 2 es -2), y el cero. Ejemplos de números enteros son:

$$Z = \{\dots -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Para diferenciar los números enteros positivos (Z+) de los negativos (Z-), se emplea al 0 como referencia para su división. Los números que se encuentran a la izquierda del cero en la escala numérica serán los negativos, mientras los que se encuentren a su derecha serán los números enteros positivos.




*Recta numérica para los números enteros.*

## E2

*Contesta las siguientes preguntas:*

**1.** ¿Cuál es el inverso aditivo del número 12?

______________________________

______________________________

**2.** ¿Qué símbolo representa el siguiente rango de números {... -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1}?

______________________________

______________________________

**3.** Escribe 5 números no enteros.

______________________________

______________________________

## E3 Desarrollo

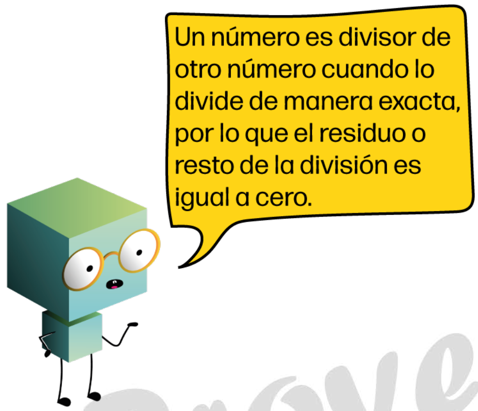
### Números naturales

Los números naturales son los números que se utilizan para contar cosas en la naturaleza o en nuestro entorno (ej.1 taza, 4 lápices, 2 cuadernos, etc.). Por lo que el conjunto de los números naturales está compuesto por todos los números enteros positivos y se denota con el símbolo ℕ, por ejemplo:

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

Actualmente algunos matemáticos suelen incluir al número cero entre el conjunto de los números naturales. Si se decide contar al cero dentro de los números naturales, se debe añadir un cero a modo de índice al símbolo ℕ de los números naturales:

$$\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$




## Números primos

Un número primo es un número natural mayor que 1 que únicamente se puede dividir exactamente por 1 y el mismo, por ejemplo, los divisores de los números 2, 3 y 5 son:

- 2 únicamente se divide exactamente por: 1 y 2.
- Toda otra división daría por resultado un número no entero, es decir no habría división exacta.
- 3 únicamente se divide exactamente por: 1 y 3
- 5 únicamente se divide exactamente por: 1 y 5

### Propiedades

Las propiedades más importantes de los números primos son:

- El número 1 no es un número primo.
- El número 2 es el único número primo par.
- El producto de dos números primos también es un número primo.
- El número 2 es el número primo más pequeño.
- Los números 2, 3, 5 y 7 son los 4 primeros números primos.



## E4 Práctica de aprendizaje No. 8

### Crea la criba de Eratóstenes

En la siguiente tabla de valores de 2 a 100 realiza lo siguiente:

1. Sombrea de color azul todos sus múltiplos de 2, excepto este número.
2. De los valores restantes, sombrea de amarillo los múltiplos de 3, sin sombrear este número.
3. Repite el proceso anterior y sombrea de verde los múltiplos de 5, finalmente de gris los múltiplos 7.

Los números no sombreados son los valores primos de 2 a 100.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

## Principios fundamentales de divisibilidad

En matemáticas se dice que un número es divisible entre otro siempre y cuando su división sea exacta, es decir, que el resultado sea un número entero y que el residuo sea cero.

De esta forma, 40 es divisible entre 4 porque nos da 10 de cociente y cero en el residuo.

El conjunto de divisores de un número es el grupo de números que pueden dividir exactamente a dicho número. Siguiendo con el ejemplo los divisores de 40 serán: {1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40}, porque 40/1=40, 40/2=20, 40/4=10, 40/5=8, 40/8=5, 40/10=4, 40/20=2, 40/40=1

Para conocer con facilidad el grupo de números que son divisores respecto a un número se emplean los principios fundamentales de la divisibilidad, los cuales son un conjunto de teoremas y propiedades que son de utilidad para deducir las condiciones que un número debe tener para poder ser divisible por otro, entre los principios más destacables tenemos:

**Primer principio de divisibilidad.**
Si un número divide los sumandos, divide a su suma.

**Ejemplo.**
Si 4 es divisible entre 2. Y 8 también es divisible entre 2. Entonces la suma de ambos: (4+8=12) también será divisible entre 2. Es decir 12 es divisible entre 2.

**Segundo principio de divisibilidad.**
Si un número divide a otros dos, divide a su diferencia.

**Ejemplo.**
Si 14 es divisible entre 7. Y 35 también es divisible entre 7, entonces la diferencia: (35-14=21), también será divisible entre 7, esto es, 21 es divisible entre 7.

**Tercer principio de divisibilidad.**
Si un número divide a otro, divide a cualquier múltiplo de este.

**Ejemplo.**
Si 3 es divisor de 9, entonces tambien sera divisor de sus multiplos, es decir de 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, etcétera.

## Criterios de divisibilidad

Los criterios de divisibilidad automatizan el proceso de encontrar los divisores de un número, éstos se definen como pautas o lineamientos que permiten saber rápidamente si un número es exactamente divisible entre otro. Los más utilizados son la divisibilidad de los números enteros 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9. Veamos a continuación cómo es que se aplican.

Divisibilidad por 1.
Todos los números tienen a 1 como divisor.

Divisibilidad por 2.
Un número es divisible por 2 si este termina en número par o cero.
Por ejemplo, los numeros 10,12,14,16,18,20,22,24,26,28,30,32,34,36,38,40 son divisibles por 2.

Divisibilidad por 3.

Un número es divisible por 3 si la suma de sus digitos es divisible por 3. Por ejemplo, si realizamos la suma de cada digito del número 7548, tenemos: 7 + 5 + 4 + 8 =24. 24 es multiplo de 3, ya que 3*8=24, por lo tanto, 7548 también es divible por3.

Divisibilidad por 4.

Un número es divisible por 4 si las últimas dos cifras de un número son divisibles por 4, o son ceros. Tomemos por ejemplo el número 8536. Este es divisible entre entre 4 ya que 36 es divisible entre 4, puesto que 36 es igual a 4*9=36, de esta manera 8536÷4=2134

Divisibilidad por 5.

Un número es divisible por 5 si este termina en 0 o 5. Por ejemplo los números 15,20,25,30,35,40,45,50,55 son divisibles entre 5.

Divisibilidad por 6.

Un número es divisible por 6 si este es divisible por 2 y 3 al mismo tiempo. En otras palabras, un número debe ser múltiplo de 2 y la suma de sus dígitos debe ser divisibles por 3. Por ejemplo, 288 es divisible por 6, ya que termina en número par y al sumar 2+8+8, obtenemos 18, el cual es un múltiplo de 3, ya que 3*6=18

Divisibilidad por 7.

Conocer si un número es divisible por 7 es una tarea difícil, sin embargo, existe una prueba muy útil que puede ayudarnos a comprobarlo, esta consta en tomar el útlimo digito del número a comprobar, a este número lo multiplicamos por 2, el resultado que hemos obtenido lo restamos a los números restantes llegando así a un valor final, el cual es multiplo de 7 sabremos que es divisible entre este. Por ejemplo, veamos si 539 es divisible por 7, para comprobarlo, tomamos el ultimo digito (9) y lo multiplicamos por 2, entonces 9*2=18. El número que obtenemos (18) se resta a los números restantes (53), entonces tenemos 53-18=35, como 7*5=35 sabemos que 35 es divisible por 7 y también lo es el número original 539. De igual forma que 539  7=77.

Divisibilidad por 8.

Para saber si un número es divisible por 8 deberemos observar si sus últimos tres dígitos son cero o divisibles por 8. Por ejemplo, para determinar si 4320 es divisible por 8, tomaremos sus últimos tres dígitos (320) y los dividiremos entre 8 para conocer si son divisbles entre este, (320÷8=40). Puesto que la división de 320 entre 8 nos dio un número exacto podremos decir que 4320 es divisible por 8. Tambien 5240 es un número divisble por 8 ya que 240÷8=30, otro ejemplo de un número divisible entre 8 es 23000, ya que sus últimos tres dígitos son ceros.

Divisibilidad por 9.

Un número es divisible por 9 si la suma de sus dígitos es divisible por 9. Por ejemplo 954 es divisible entre 9 pues 9+5+4=18, el cual es un múltiplo de 9 ya que 9*2=18

¡Escanéame!

E5 Cierre

## Práctica de aprendizaje No. 9

*Utilizando los criterios de divisibilidad responde los siguientes incisos.*

**1.** Haciendo uso del principio de divisibilidad entre 2, indica si los siguientes números son divisibles entre 2.

**a)** 620 **b)** 235 **c)** 864 **d)** 742

**2.** Haciendo uso del principio de divisibilidad entre 3, demuestra si los siguientes números son múltiplos de 3.

**a)** 477 **b)** 6987 **c)** 598 **d)** 378

**3.** Empleando el principio de divisibilidad entre 4, comprueba si los siguientes números son divisibles entre 4.

**a)** 3640 **b)** 6500 **c)** 5362 **d)** 924

**4.** Empleando los principios de divisibilidad, comprueba si los siguientes números son divisibles entre 9.

**a)** 495 **b)** 384 **c)** 8676 **d)** 96957



**5.** Haciendo uso de los principios de divisibilidad, determina si los siguientes números son divisibles entre 7.

**a)** 665 **b)** 235 **c)** 595 **d)** 7462



**6.** Haciendo uso de los principios de divisibilidad, comprueba si los siguientes números son divisibles entre 8.

**a)** 9776 **b)** 4760 **c)** 13000 **d)** 32000



¡Escanéame!

# Máximo común divisor y mínimo común múltiplo

S1.1 M1.1 M1.3 C1 S3.3 M3.3 C3

E1

## Apertura

El máximo común divisor (MCD) y el mínimo común múltiplo (mcm) son conceptos matemáticos importantes que se aplican en diversas situaciones de la vida cotidiana. Analiza los siguientes ejemplos:

E2

1. Se plantea que tienes que repartir un conjunto de golosinas en partes iguales entre tus amigos. Quieres dividir las golosinas de la manera más justa posible. Para hacerlo, necesitas encontrar el MCD del número de golosinas que tienes y el número de amigos a los que quieres repartirlas, cuentas con 24 golosinas y deseas compartirlas entre 6 amigos. El MCD de 24 y 6 es 6. Esto significa que puedes distribuir las 24 golosinas de manera justa, dando a cada amigo 4 golosinas, ya que 6 es el número más grande que puede dividir de manera exacta al 24 y 6, de tal manera que al dividir 24 entre 6 se obtiene como resultado 4.
2. Ahora estás organizando un torneo de fútbol con tus amigos y necesitas programar los partidos de manera que todos puedan jugar entre sí, sin repetir encuentros, para programar los partidos de manera eficiente, necesitas encontrar el mcm del número de equipos disponibles. Digamos que tienes 4 equipos y quieres que cada equipo juegue contra todos los demás exactamente una vez (cada equipo juega 3 veces). En este caso, el mcm de 4 y 3 es 12, esto significa que necesitas programar 12 partidos en total para que todos los equipos jueguen entre sí, sin repetir enfrentamientos.

El MCD se utiliza cuando necesitas dividir algo en partes iguales, como repartir golosinas entre amigos, mientras que el mcm se utiliza cuando necesitas programar eventos o actividades que se repiten en un ciclo, como partidos de un torneo de fútbol. Ambos conceptos son fundamentales en matemáticas y tienen aplicaciones prácticas en la vida cotidiana.

# E3 Desarrollo

## Máximo común divisor

El máximo común divisor de dos o más números es el número más grande que los divide exactamente a todos a la vez, el cual usualmente se abrevia como MCD.

Existen diferentes técnicas para encontrar el Máximo Común Divisor (mcd) entre dos o más números, una de las más empleadas es la técnica conocida como “Por intersección del conjunto de divisores”, en esta se dispone en forma de listado los divisores de cada uno de los números y al final de entre los divisores en común se elige al de valor numérico más grande, veamos a continuación algunos ejemplos:

**Glosario**

***Divisores***

Son los números que realizan una división exacta sin obtener resto o residuo, por ejemplo 5 es divisor de 55 por que la división es exacta: 55÷ 5=11.

Por ejemplo, si los divisores de 18 y 24 son:

- Divisores de 18: 1,2,3,6,9,18
- Divisores de 24: 1,2,3,4,6,8,12,24

Por lo tanto, el máximo común divisor es 6, porque 6 es el número de los divisores comunes de 18 y 24. Esto se escribe como MCD (18,24).

El máximo común divisor de dos números <<A>> y <<B>> distintos de cero, es el número mayor que los divide a los dos, tanto al número A como al número B.

Otro método utilizado para encontrar al máximo común divisor es por descomposición de factores primos, como lo indica su nombre, se vale de los números primos para ir descomponiendo las cantidades en sus factores primos. Como ejemplo, se desea encontrar el MCD de los números 900, 840 y 300.

**1.** Se factorizan los tres números.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 900 | 2 | 840 | 2 | 300 | 2 |
| 450 | 2 | 420 | 2 | 150 | 2 |
| 225 | 3 | 210 | 2 | 75 | 3 |
| 75 | 3 | 105 | 3 | 25 | 5 |
| 25 | 5 | 35 | 5 | 5 | 5 |
| 5 | 5 | 7 | 7 | 1 | |
| 1 | | 1 | | | |

**2.** Se escribe la descomposición factorial de cada uno de los números, colocando el número primo y cómo exponente las veces que se repite el valor :

$900= 2^2\cdot 3^2\cdot 5^2$ $\quad$ $840=2^3\cdot 3\cdot 5\cdot 7$ $\quad$ $300=2^2\cdot 3\cdot 5^2$

**3.** Se eligen los factores primos que se repiten en los tres números con el menor exponente.

$900= 2^2\cdot 3^2\cdot 5^2$ $\quad$ $840=2^3\cdot 3\cdot 5\cdot 7$ $\quad$ $300=2^2\cdot 3\cdot 5^2$

**4.** Se multiplican los factores elegidos y se obtiene el MCD = $2^2\cdot 3\cdot 5=4\cdot 3\cdot 5 = 60$

**5.** El resultado se expresa como: *M.C.D.(900,840 y 300) = 60*

## E4 Mínimo común múltiplo.

El mínimo común múltiplo (mcm) es el número más pequeño que es múltiplo de dos o más números. Hay varias formas de encontrar el mínimo común múltiplo, uno de los métodos más conocidos es mediante la *intersección del conjunto de múltiplos*, en este método se elabora una lista de todos los primeros múltiplos de cada número y por último se selecciona al múltiplo más pequeño, veamos un ejemplo:

**Ejemplo.** Encontrar el mínimo común múltiplo de 8 y 12:

**Solución.** Para encontrar el mcm, se obtiene para cada número una lista de sus primeros múltiplos. Posteriormente, se observa cuáles de estos primeros múltiplos son comunes entre 8 y 12.

- Múltiplos de 8: 8, 16, 24 , . . .
- Múltiplos de 12: 12, 24 , . . .

Como podemos observar, el número más pequeño de entre los múltiplos en común que comparten ambas listas es el número 24 ∴ el m.c.m (8, 12) =24

### Para saber mas...

En las matemáticas, los múltiplos se definen como todos los números naturales que se obtienen al multiplicar un número por todos los números naturales, por ejemplo, si se multiplica un número por cualquier número natural (excepto 0), el producto es múltiplo de ese número, de tal manera que cada número tenga una lista infinita de múltiplos.

Por ejemplo, los múltiplos del número 2 son: 2 = {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24,....} estos números son los resultados de la tabla del 2 (sin contar el cero), para encontrarlos simplemente deberemos de multiplicar el número 2 por los números naturales (N = 1,2,3,4,5,6,7,8...) y el resultado que obtenemos lo añadimos a la lista de los múltiplos.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2×1=2 | 2×2=4 | 2×3=6 | 2×4=8 | 2×5=10 | 2×6=12 | 2×7=14 | 2×8=16 | 2×9=18 | 2×10=20 |
| 2×11=22 | 2×12=24 | 2×13=26 | 2×14=28 | 2×15=30 | 2×16=32 | 2×17=34 | 2×18=36 | 2×19=38 | 2×20=40 |

Un segundo procedimiento para encontrar el mínimo común múltiplo ($mcm$) es por descomposición de factores primos, el cual se ejemplifica para encontrar el m.c.m de 60,80 y 100.

1. Se factorizan los tres números.

| 60 | 2 |
|---|---|
| 30 | 2 |
| 15 | 3 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

| 80 | 2 |
|---|---|
| 40 | 2 |
| 20 | 2 |
| 10 | 2 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

| 100 | 2 |
|---|---|
| 50 | 2 |
| 25 | 5 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

2. Se escribe la descomposición factorial de cada uno de los números, colocando el número primo y cómo exponente las veces que se repite el valor :

$60=2^2·3·5$ $\quad 80=2^4·5$ $\quad 100=2^2·5^2$

3. Se eligen los factores primos que se repiten en los tres números con el menor exponente.

$60=2^2·3·5$ $\quad 80=2^4·5$ $\quad 100=2^2·5^2$

4. Se multiplican los factores elegidos y se obtiene el MCD $= 2^4·3·5^2=15·3·25 = 1,200$
5. El resultado se expresa como: *M.C.D.(60,80 y 100) = 1,200*

## Cierre

### Práctica de aprendizaje No. 10

**Ejercicio 1.** Por intersección del conjunto de divisores, obtener el MCD de los siguientes números

1. M.C.D de 24 y 40
2. M.C.D. de 6 y 9
3. M.C.D de 4 y 10
4. M.C.D. de 16 y 20

**Ejercicio 2.** Mediante el método de descomposición de factores primos encuentra el M.C.D de los siguientes incisos:

**1.** M.C.D de 12 y 18.

**2.** M.C.D. de 15 y 28.

**3.** M.C.D de 36 y 45.

**4.** M.C.D. de 16 y 20

**Ejercicio 3.** Encuentra mediante la técnica de intersección el m.c.m. de 4 y 12.

**Ejercicio 4.** Empleando la técnica de intersección encuentra el m.c.m. de 9 y 11.

# Práctica socioemocional

## El botón de la ansiedad académica

"La ansiedad no puede evitarse, pero sí reducirse. La cuestión en el manejo de la ansiedad consiste en reducirla a niveles normales y en utilizar luego esa ansiedad normal como estímulo para aumentar la propia percepción, la vigilancia y las ganas de vivir".
Rollo May

¿Has tenido que enfrentar alguna situación de la escuela que te causa malestar? ¿Has sentido en esa situación dolor de estómago, sudor, temblor, miedo a perder el control, etcétera? ¿Has pensado: "cuánto daría por no tener que pasar por esto"? Estos son indicadores de la ansiedad académica.

**El reto** es reconocer situaciones que se presentan en la escuela y que te generan ansiedad académica

**1.** Describe aquí o en tu cuaderno una situación que te cause malestar, nerviosismo, rechazo, etcétera. Escribe qué pensabas en ese momento y qué sentías en tu cuerpo.

_______________________________________________

_______________________________________________

_______________________________________________

_______________________________________________

**2.** La situación del inciso anterior probablemente sea de ansiedad académica. Revisa la definición del concepto clave y responde: ¿Qué implicaciones ha tenido la ansiedad académica en tu vida escolar? ¿Qué consecuencias te podría traer a futuro? Por ejemplo, algunas personas no estudiaron una carrera que les gustaba, como la ingeniería, ya que las matemáticas les generaban ansiedad académica.

_______________________________________________

_______________________________________________

_______________________________________________

_______________________________________________

**3.** *Comparte tus respuestas en equipo*
*Completa aquí o en tu cuaderno tu tarjeta MEROP. La meta es reconocer situaciones que detonan ansiedad académica (inciso b de la Actividad 1). En este caso, pon especial atención en el paso R (resultado). Intenta imaginar cómo te sentirías sin ansiedad académica.*

***Meta*** _______________________________________________

***Mejor resultado*** _______________________________________

***Obstáculo*** ___________________________________________

***Plan*** _______________________________________________

***Si*** ______________________ ***entonces voy a*** ______________________
*Obstáculo (cuándo y dónde)* *Acción (para vencer el obstáculo)*

## Reafirmo y ordeno

La ansiedad académica es un término que incluye un conjunto de emociones como tensión, miedo, temor, pánico, rechazo, bloqueo, nerviosismo, angustia, malestar, estrés, etcétera, frente a situaciones de la escuela. Podría ser nociva ya que afecta la atención, la motivación y la autorregulación del aprendizaje.1 En vez de esperar a que se vaya por sí sola, te proponemos que aprendas a regularla. Para ello debes identificar las situaciones ("botones") que las activan

## Escribe en un minuto qué te llevas de la lección



### ¿Quieres saber más?

En la escuela es muy frecuente sentir ansiedad ante un examen. ¿Sabías que lo mejor que puedes hacer al contestarlo es concentrarte en lo que estás realizando en vez de pensar en el resultado o lo que te pasará si no apruebas el examen? En el video Manejo de la ansiedad ante los parciales, se ofrecen consejos prácticos para realizar un examen. Búscalo en tu navegador o entra a esta dirección: ***http://bit.ly/2FSuPBq***

### Concepto clave

Ansiedad académica. La ansiedad emerge en diferentes circunstancias del contexto académico. Se puede presentar ante la creencia de no alcanzar las expectativas académicas deseadas, de ser rechazado, de enfrentarse a nuevos retos, ante un examen, entre otras. Es un término general que engloba emociones como nerviosismo, tensión, miedo, terror, angustia, rechazo, preocupación o estrés. La ansiedad académica puede provocar que los estudiantes rechacen y eviten enfrentarse a las situaciones que la causan, genera malestar físico y obstaculiza procesos cognitivos esenciales para el aprendizaje, como la memoria y otras funciones ejecutivas. Si no se regula de manera apropiada puede contribuir a que los estudiantes decidan abandonar una materia o incluso sus estudios

*Lee con atención el siguiente texto*

La promoción de una cultura de paz es un objetivo fundamental en la sociedad actual, y es esencial reconocer que el conocimiento matemático puede desempeñar un papel importante en la construcción de esa cultura, las matemáticas, en su esencia, fomentan habilidades cognitivas y resolución de problemas que pueden contribuir a la resolución pacífica de conflictos, la comprensión intercultural y la cooperación global. A continuación, se exploran algunas formas en las que el conocimiento matemático puede promover una cultura de paz:

- Las matemáticas fomentan el pensamiento crítico y la capacidad de resolver problemas de manera sistemática y lógica, estas habilidades son fundamentales para abordar problemas complejos en la sociedad y encontrar soluciones pacíficas y efectivas.
- Las matemáticas son un lenguaje universal que trasciende las barreras culturales y lingüísticas, al aprender matemáticas, las personas pueden comunicarse y colaborar con individuos de diferentes culturas de manera más efectiva, lo que promueve la comprensión y la tolerancia.
- La educación matemática brinda oportunidades de desarrollo y empleo a individuos en todo el mundo, al proporcionar una educación matemática equitativa y accesible, se puede reducir la brecha entre ricos y pobres, lo que a menudo es una fuente de conflictos.
- Las matemáticas son fundamentales para la recopilación, análisis y uso de datos. La toma de decisiones basada en evidencia y datos objetivos puede reducir conflictos y fomentar la cooperación en áreas como la política y la economía.

El conocimiento matemático no solo es una disciplina académica, sino también una herramienta poderosa que puede promover la cultura de paz al desarrollar habilidades cognitivas, fomentar la comunicación intercultural, brindar oportunidades educativas y contribuir a la resolución de problemas en la sociedad. Al integrar el conocimiento matemático con una perspectiva ética y humanitaria, podemos avanzar hacia un mundo más pacífico y justo.

*Subraya la respuesta correcta de cada una de las siguientes preguntas del texto anterior.*

**1.** ¿Cuál es una de las formas en las que el conocimiento matemático puede promover una cultura de paz?
  **c)** Fomentando la competencia y la rivalidad.
  **d)** Desarrollando habilidades de resolución de problemas y pensamiento crítico.
  **e)** Restringiendo el acceso a la educación matemática.
  **f)** Limitando la comunicación intercultural.

**2.** ¿Qué papel desempeñan las matemáticas en la comunicación intercultural?
  **a)** Facilitan la comunicación y colaboración entre diferentes culturas.
  **b)** Crean barreras culturales.
  **c)** Son irrelevantes en la comunicación intercultural.
  **d)** Dificultan la comprensión entre culturas.

**3.** ¿Por qué la educación matemática puede contribuir a la paz?
  **a)** Porque crea desigualdad en la sociedad.
  **b)** Porque fomenta la competencia y la rivalidad.
  **c)** Porque brinda oportunidades de desarrollo y empleo.
  **d)** Porque limita el acceso a la tecnología.

# 1ra Evaluación de unidad de aprendizaje

*Subraya la respuesta correcta a las siguientes preguntas*

**1.** ¿Cuál es el máximo común divisor (MCD) de 18 y 24?

- **a)** 4
- **b)** 6
- **c)** 12
- **d)** 2

**2.** ¿Cuál es el mínimo común múltiplo (mcm) de 8 y 12?

- **a)** 8
- **b)** 12
- **c)** 24
- **d)** 48

**3.** ¿Cuál es la jerarquía de operaciones matemáticas correcta?

- **a)** Suma, Resta, Multiplicación, División
- **b)** Multiplicación, Suma, Resta, División
- **c)** Suma, Resta, División, Multiplicación
- **d)** División, Multiplicación, Suma, Resta

**4.** ¿Cuál de los siguientes números enteros es divisible entre 5?

- **a)** 13
- **b)** 25
- **c)** 12
- **d)** 17

**5.** ¿Cuál es un criterio de divisibilidad para el número 3?

- **a)** La suma de los dígitos es divisible por 3.
- **b)** La suma de los dígitos es divisible por 2.
- **c)** El último dígito es un número primo.
- **d)** La suma de los dígitos es divisible por 5.


La Editorial Planea tiene como misión crear materiales didácticos de calidad, con los contenidos adecuados para impactar positivamente en la formación de los estudiantes, desarrollando sus conocimientos, habilidades y actitudes, que los transformen en jóvenes capaces de comprender su entorno e influir en él, aprender de manera autónoma a largo de su vida, ser consciente de sus destrezas para resolver problemas y aceptar retos que lo ayuden a alcanzar sus metas, ser sensibles al arte y sus expresiones, asimismo activar la participación ciudadana que reafirme su conciencia cívica y ética, fomentando una actitud respetuosa a la interculturalidad, diversidad de creencias, valores e ideas, asumiendo un pensamiento crítico que ayude al desarrollo sustentable de su comunidad.

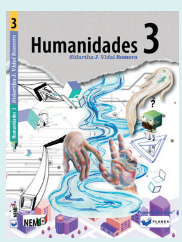
El libro de **Pensamiento matemático 2**, está desarrollado bajo los Principios de la Nueva Escuela Mexicana, teniendo como eje rector el Nuevo Modelo Educativo de la Educación Media Superior y el programa de estudio por progresiones, el cual propone los siguientes aprendizajes trayectoria de este recurso sociocognitivo:

- Valora la aplicación de procedimientos automáticos y algorítmicos, así como la interpretación de sus resultados, para anticipar, encontrar y validar soluciones a problemas matemáticos, de áreas del conocimiento y de su vida personal.
- Adopta procesos de razonamiento matemático tanto intuitivos como formales tales como observar, intuir, conjeturar y argumentar, para relacionar información y obtener conclusiones de problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades, y de la vida cotidiana).
- Modela y propone soluciones a problemas tanto teóricos como de su entorno, empleando lenguaje y técnicas matemáticas.
- Explica el planteamiento de posibles soluciones a problemas y la descripción de situaciones en el contexto que les dio origen empleando lenguaje matemático y lo comunica a sus pares para analizar su pertinencia.

En la Editorial Planea tenemos un compromiso por desarrollar materiales que cumplan con las expectativas de las comunidades educativas.

## Titulos relacionados






ISBN: 978-607-5902-16-6
9786075902166

Serie Iso

NEM

771-159-1900
www.editorialplanea.com.mx